

# عمدييات حول الدوال العروية

## أنشطة

### أنشطة تذكيرية

#### نشاط 1

حدد مجموعة تعريف الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي في الحالات التالية:

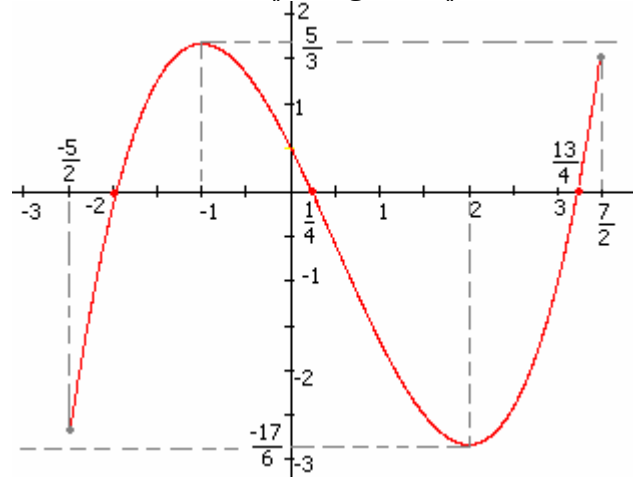
$$f(x) = \sqrt{1-2x} \quad \text{ب} \quad f(x) = \frac{-2x+3}{x^2-x+2} \quad \text{أ}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2-x}}{2x-1} \quad \text{ج}$$

#### نشاط 2

لتكن  $f$  دالة عددية معرفة على  $\left[-\frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right]$  و  $(C)$

منحناها كما في الشكل التالي:



1- حدد القيمة القصوى و القيمة الدنيا لدالة  $f$  على

$$\text{المجال } \left[-\frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right]$$

2- استنتج أن  $\forall x \in \left[-\frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right] \quad -\frac{17}{6} \leq f(x) \leq \frac{5}{3}$

3- حل ميانيا أ-  $f(x) = 0$  ب-  $f(x) \geq 0$

4- حدد ميانيا عدد حلول المعادلة  $f(x) = 1$

#### نشاط 3

I/ لتكن  $f$  دالة عددية للمتغير الحقيقي معرفة بـ

$$f(x) = x^2 - 2x$$

و  $C_f$  منحنى الدالة  $f$  في المعلم المتعامد الممنظم

$$(O; \vec{i}; \vec{j})$$

1- تأكد أن  $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) = (x-1)^2 - 1$

أ/ بين أن المنحنى  $C_f$  صورة المنحنى  $(C)$  الممثل

للدالة المعرفة بـ  $x \rightarrow x^2$  بالإزاحة ذا المتجهة  $\vec{u}(1; -1)$

ب/ حدد طبيعة  $C_f$  و أنشئه

II/ لتكن  $g$  دالة عددية للمتغير الحقيقي معرفتين بـ

$$g(x) = x|x| - 2x$$

1- بين أن  $f$  دالة فردية

2- حدد جدول تغيرات الدالة  $f$

3- أنشئ  $C_g$  في المعلم المتعامد الممنظم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

#### نشاط 4

لتكن  $f$  دالة عددية للمتغير الحقيقي معرفتين بـ

$$f(x) = \frac{-2x-1}{x-1}$$

و  $C_f$  منحنى الدالة  $f$  في المعلم المتعامد الممنظم

$$(O; \vec{i}; \vec{j})$$

1- أ- حدد  $D_f$

ب- تحقق أن  $f(x) = -2 + \frac{-3}{x-1}$  لكل  $x$  من  $D_f$

2- أ- بين أن  $C_f$  صورة المنحنى  $(C)$  الممثل للدالة

المعرفة بـ  $x \rightarrow \frac{-3}{x}$  بالإزاحة ذا المتجهة  $\vec{u}(1; -2)$

ب- أنشئ  $C_f$

3- نعتبر  $g$  الدالة المعرفة بـ  $g(x) = \frac{-2|x|-1}{|x|-1}$

أ- حدد  $D_g$  و أدرس زوجية  $g$

ب- أنشئ  $C_g$

#### نشاط 5

لتكن  $f$  و  $g$  دالتين عدديتين للمتغير الحقيقي معرفتين بـ

$$g(x) = \frac{-2x+1}{x+1} \quad \text{و} \quad f(x) = \frac{3x-2}{2x-1}$$

1- أعط جدول تغيرات كل من  $f$  و  $g$

2- حدد طبيعة  $C_f$  و  $C_g$  مع إعطاء عناصرها

المميزة

#### أنشطة التقديم

نشاط 6 (دالة مكبورة- دالة مصغورة - دالة محدودة)

لتكن  $f$  دالة عددية للمتغير الحقيقي معرفة بـ

$$f(x) = \frac{2x^2+1}{x^2+1}$$

1- بين بين أن  $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < 2$

2- أ/ بين أن  $\forall x \in \mathbb{R} \quad 1 \leq f(x)$

ب/ حل المعادلة  $f(x) = 1$   $x \in \mathbb{R}$

3- استنتج أن  $\forall x \in \mathbb{R} \quad 1 \leq f(x) < 2$

**نشاط 7** (مقارنة دالتين)

نعتبر  $f$  و  $g$  الدالتين العدديتين للمتغير الحقيقي

$$g(x) = \frac{-x+3}{x+2} ; f(x) = x^2 - 3x$$

المعرفتين بـ  $C_g$  و  $C_f$  المنحنيين الممثلين لـ  $f$  و  $g$  على التوالي في مستوى منسوب إلى معلم م.م.

1- حدد تقاطع  $C_g$  و  $C_f$ .

2- أنشئ  $C_g$  و  $C_f$ .

3- حل ميانيا المتراجحة  $f(x) \geq g(x)$

4- تحقق جبريا من حلول المتراجحة  $f(x) \geq g(x)$

**نشاط 8** (الدالة الدورية)

لتكن  $f$  دالة عددية لمتغير حقيقي معرفة بـ

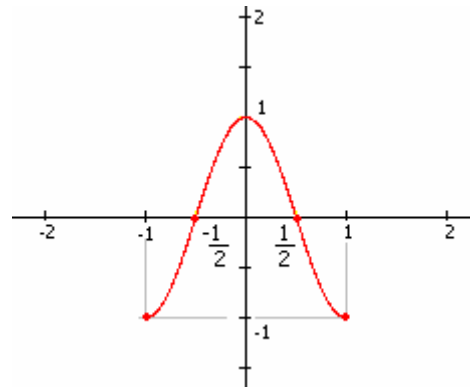
$$f(x) = \cos(\pi x)$$

1- بين أن  $\forall x \in \mathbb{R} f(x+2) = f(x)$

2- أنشئ جزء المنحنى الدالة  $f$  على المجال

$[-6; 6]$  علما أن جزء المنحنى الدالة  $f$

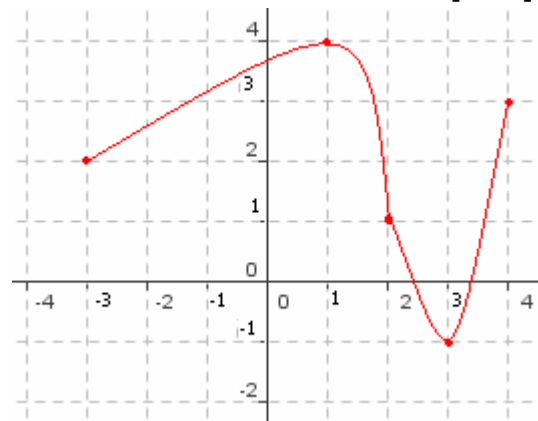
على المجال  $[-1; 1]$  كما يلي



**نشاط 9** (صورة مجال)

الشكل التالي يمثل دالة عددية معرفة على المجال

$[-3; 4]$



1- / بين أن  $\forall x \in [-3; 2] 1 \leq f(x) \leq 4$

ب/ ليكن  $y \in [1; 4]$

بين أن المعادلة  $f(x) = y$  تقبل حلا في  $[-3; 2]$

ج/ استنتج أن  $f([-3; 2]) = [1; 4]$

2- حدد ميانيا صورة المجال  $[-3; 1]$  ثم  $[2; 4]$

**نشاط 10** (مركب دالتين)

نعتبر  $f$  و  $g$  الدالتين العدديتين للمتغير الحقيقي

$$g(x) = -x+2 ; f(x) = \sqrt{x}$$

1- أحسب  $g(3)$  و  $g(6)$  و  $g\left(\frac{7}{4}\right)$  ثم أحسب

$$f\left(g\left(\frac{7}{4}\right)\right) \text{ و } f(g(6)) \text{ و } f(g(3))$$

2- حدد مجال  $I$  بحيث لكل  $x$  من  $I$  يمكن

حساب  $f(g(x))$  حدد  $f(g(x))$  لكل  $x$  من  $I$

**نشاط 11** (التمثيل المبياني لدالة  $x \rightarrow \sqrt{x+a}$ )

نعتبر  $f$  و  $g$  الدالتين العدديتين للمتغير الحقيقي

$$g(x) = \sqrt{x+1} ; f(x) = \sqrt{x}$$

1- حدد مجموعة تعريف كل من الدالتين  $f$  و  $g$

2- أدرس تغيرات كل من  $f$  و  $g$

3- / أتمم الجدول التالي

$x$	0	$\frac{1}{4}$	1	2	$\frac{9}{4}$	4
$f(x)$						

ب/ مستعينا بالجدول أنشئ  $(C_f)$

4- / بين أن المنحنى  $(C_g)$  صورة المنحنى  $(C_f)$

بالإزاحة ذات المتجهة  $\vec{u}(-2; 0)$

ب/ أنشئ  $(C_g)$

**نشاط 12** (التمثيل المبياني لدالة  $x \rightarrow ax^3$ )

لتكن  $f$  دالة عددية لمتغير حقيقي معرفة بـ

$$f(x) = 2x^3$$

1- بين أن  $f$  فردية

2- أدرس تغيرات  $f$  و أعط جدول تغيرات  $f$

3- / أتمم الجدول التالي

$x$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}$	2
$f(x)$						

ب/ أنشئ  $(C_f)$

بالإتباع نفس الخطوات مثل ميانيا

الدالة  $g(x) = -x^3$

## عمدييات حول الدوال العروية

### I - تذكير

#### 1/A - الدالة الزوجية - الدالة الفردية

##### أ- تعريف

لتكن  $f$  دالة عددية لمتغير حقيقي و  $D_f$  حيز تعريفها

\* نقول ان  $f$  دالة زوجية إذا تحقق الشرطان التاليان : \* لكل  $x$  من  $D_f$   $-x \in D_f$

$$f(-x) = f(x) \quad \text{لكل } x \text{ من } D_f$$

\* نقول إن  $f$  دالة فردية إذا تحقق الشرطان التاليان : \* لكل  $x$  من  $D_f$   $-x \in D_f$

$$f(-x) = -f(x) \quad \text{لكل } x \text{ من } D_f$$

##### ب- التأويل الهندسي

##### خاصة

لتكن  $f$  دالة عددية و  $C_f$  منحناها في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

\* تكون  $f$  دالة زوجية إذا فقط إذا كان محور الأرتاب محور تماثل للمنحنى  $C_f$

\* تكون  $f$  دالة فردية إذا فقط إذا كان المنحنى  $C_f$  متماثلاً بالنسبة لأصل المعلم

### 2- تغيرات دالة

##### أ- تعريف

لتكن  $f$  دالة عددية لمتغير حقيقي و  $I$  مجال ضمن  $D_f$

- تكون  $f$  تزايدية على  $I$  إذا و فقط إذا كان لكل  $x_1$  و  $x_2$  من  $I$  إذا كان  $x_1 < x_2$  فإن  $f(x_1) \leq f(x_2)$

- تكون  $f$  تزايدية قطعاً على  $I$  إذا و فقط إذا كان لكل  $x_1$  و  $x_2$  من  $I$  إذا كان  $x_1 < x_2$

$$\text{فان } f(x_1) < f(x_2)$$

- تكون  $f$  تناقصية على  $I$  إذا و فقط إذا كان لكل  $x_1$  و  $x_2$  من  $I$  إذا كان  $x_1 < x_2$  فإن  $f(x_1) \geq f(x_2)$

- تكون  $f$  تناقصية قطعاً على  $I$  إذا و فقط إذا كان لكل  $x_1$  و  $x_2$  من  $I$  إذا كان  $x_1 < x_2$

$$\text{فان } f(x_1) > f(x_2)$$

##### ب- معدل التغير

##### أ- تعريف

لتكن  $f$  دالة عددية لمتغير حقيقي و  $x_1$  و  $x_2$  عنصرين مختلفين  $D_f$

$$\text{العدد } \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \text{ يسمى معدل تغير الدالة } f \text{ بين } x_1 \text{ و } x_2.$$

##### ب- معدل التغير و الرتبة

##### خاصة

لتكن  $f$  دالة عددية لمتغير حقيقي و  $I$  مجال ضمن  $D_f$  و  $T = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$  معدل تغير الدالة  $f$

بين  $x_1$  و  $x_2$ .

- تكون  $f$  تزايدية على  $I$  إذا و فقط إذا كان لكل  $x_1$  و  $x_2$  مختلفين من  $I$   $T \geq 0$

- تكون  $f$  تزايدية قطعاً على  $I$  إذا و فقط إذا كان لكل  $x_1$  و  $x_2$  مختلفين من  $I$   $T > 0$

- تكون  $f$  تناقصية على  $I$  إذا و فقط إذا كان لكل  $x_1$  و  $x_2$  مختلفين من  $I$   $T \leq 0$

- تكون  $f$  تناقصية قطعاً على  $I$  إذا و فقط إذا كان لكل  $x_1$  و  $x_2$  مختلفين من  $I$   $T < 0$

##### ج- الرتبة و زوجية دالة

##### خاصة

لتكن  $f$  دالة زوجية و  $I$  مجال ضمن  $D_f \cap \mathbb{R}^+$  و  $J$  مجال مماثل  $J$  بالنسبة لـ  $0$  ( $J = \{-x / x \in I\}$ )

- إذا كانت  $f$  تزايدية على  $I$  فإن  $f$  تناقصية على  $J$ .

- إذا كانت  $f$  تناقصية على  $I$  فإن  $f$  تزايدية على  $J$ .

خاصية

لتكن  $f$  دالة فردية و  $I$  مجال ضمن  $D_f \cap \mathbb{R}^+$  و  $J$  مجال مماثل  $J$  بالنسبة لـ  $0$  ( $J = \{-x / x \in I\}$ )  
 - إذا كانت  $f$  تزايدية على  $I$  فإن  $f$  تزايدية على  $J$ .  
 - إذا كانت  $f$  تناقصية على  $I$  فإن  $f$  تناقصية على  $J$ .

ملاحظة: لدراسة تغيرات دالة فردية أو زوجية يكفي دراسة تغيراتها على  $D_f \cap \mathbb{R}^+$  ثم استنتاج تغيراتها على  $D_f \cap \mathbb{R}^-$

**3- مطايرف دالة**

**أ- تعريف**

لتكن  $f$  دالة عددية لمتغير حقيقي معرفة على مجال  $I$  و  $a$  عنصر من  $I$   
 - نقول إن  $f(a)$  هو القيمة القصوى لـ  $f$  على مجال  $I$  إذا كان  $f(x) \leq f(a) \quad \forall x \in I$  نكتب  $f(a) = \text{Max}_{x \in D_f} f(x)$   
 - نقول إن  $f(a)$  هو القيمة الدنيا لـ  $f$  على مجال  $I$  إذا كان  $f(x) \geq f(a) \quad \forall x \in I$  نكتب  $f(a) = \text{Min}_{x \in D_f} f(x)$

**ب- خاصية**

ليكن  $a$  و  $b$  و  $c$  أعداد حقيقية حيث  $a < b < c$  و  $f$  دالة عددية لمتغير حقيقي  
 إذا كانت  $f$  تزايدية على  $[a; b]$  و تناقصية على  $[b; c]$  فإن  $f$  تقبل قيمة قصوى عند  $b$   
 إذا كانت  $f$  تناقصية على  $[a; b]$  و تزايدية على  $[b; c]$  فإن  $f$  تقبل قيمة دنيا عند  $b$

**B / - دراسة بعض الدوال الاعتيادية**

**1- الدالة الحدودية من الدرجة الثانية**

خاصات

لتكن  $f$  دالة حدودية من الدرجة الثانية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ  $f(x) = ax^2 + bx + c$  حيث  $(a; b; c) \in \mathbb{R}^3$  و  $a \neq 0$   
 \* يوجد عدنان حقيقيان  $\alpha$  و  $\beta$  حيث  $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  هذه الكتابة تسمى الشكل القانوني للدالة  $f$

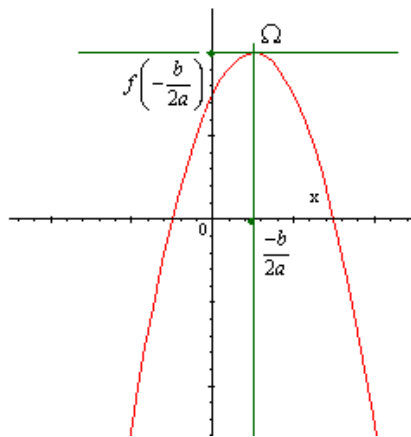
\* المنحنى  $C_f$  هو صورة المنحنى  $(C)$  الممثل للدالة  $ax^2$  بالإزاحة ذا المتجهة  $\bar{u}(\alpha; \beta)$

\*  $C_f$  منحنى  $f$  في معلم متعامد هو شلجم رأسه  $\Omega(\alpha; \beta)$  و محور تماثله المستقيم  $x = \alpha$

**ملاحظة:**  $\alpha = -\frac{b}{2a}$  و  $\beta = f(\alpha)$

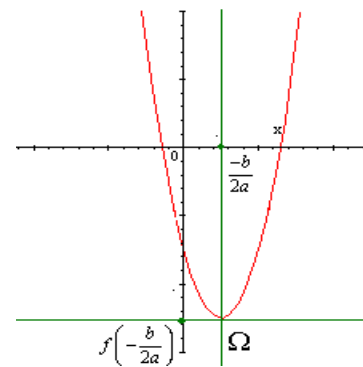
\* إذا كان  $a < 0$  فإن:

$x$	$+\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$-\infty$
$f$			



\* إذا كان  $a > 0$  فإن:

$x$	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
$f$			



## 2- الدالة المتخاطة

لتكن  $f$  الدالة المتخاطة المعرفة على  $\mathbb{R} - \left\{ \frac{-d}{c} \right\}$  حيث  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$  و  $c \neq 0$  و  $ad - bc \neq 0$

\* توجد أعداد حقيقية  $\alpha$  و  $\beta$  و  $\lambda$  حيث  $f(x) = \beta + \frac{\lambda}{x-\alpha}$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R} - \left\{ \frac{-d}{c} \right\}$

\* المنحنى  $C_f$  هو صورة المنحنى  $(C)$  الممثل للدالة  $\frac{\lambda}{x}$  بالإزاحة ذا المتجهة  $\vec{u}(\alpha; \beta)$

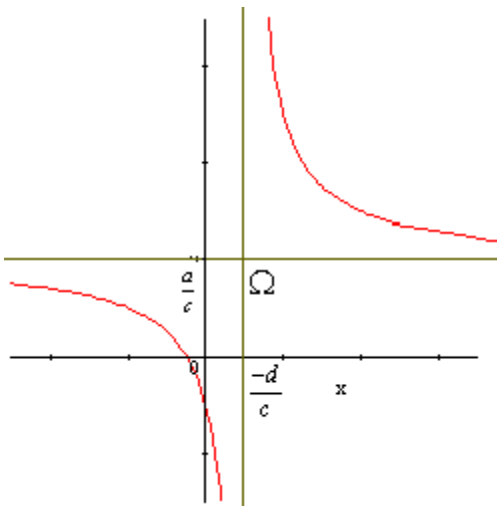
\*  $C_f$  منحنى  $f$  في معلم متعامد هو هذلول مركزه  $\Omega(\alpha; \beta)$  و مقارياه هما المستقيمان المعروفان بـ

$$x = \alpha \quad \text{و} \quad y = \beta$$

**ملاحظة:**  $\alpha = \frac{-d}{c}$  و  $\beta = \frac{a}{c}$

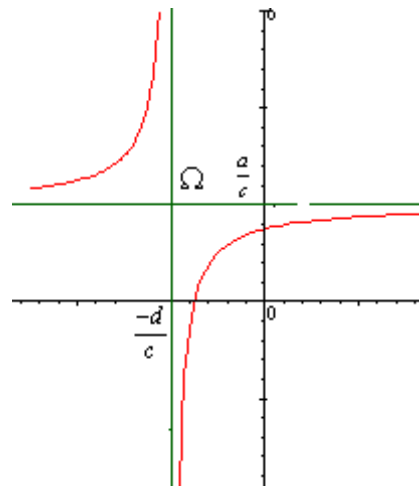
\*- إذا كان  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} < 0$  فان

$x$	$-\infty$	$\frac{-d}{c}$	$+\infty$
$f$			



\*- إذا كان  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} > 0$  فان

$x$	$-\infty$	$\frac{-d}{c}$	$+\infty$
$f$			



## II- الدالة المكبورة - الدالة المصغورة - الدالة المحدودة

1/ نشاط

2/ تعاريف

لتكن  $f$  دالة معرفة على مجال  $I$

\*- نقول إن  $f$  مكبورة على  $I$  اذا وجد عدد حقيقي  $M$  حيث:  $f(x) \leq M$  لكل  $x$  من  $I$

\*- نقول إن  $f$  مصغورة على  $I$  اذا وجد عدد حقيقي  $m$  حيث:  $f(x) \geq m$  لكل  $x$  من  $I$

\*- نقول إن  $f$  محدودة على  $I$  اذا وجد عددين  $M$  و  $m$  حيث:  $m \leq f(x) \leq M$  لكل  $x$  من  $I$

خاصية

لتكن  $f$  دالة معرفة على مجال  $I$

نقول إن  $f$  محدودة على  $I$  اذا وجد عدد حقيقي موجب  $s$  حيث:  $|f(x)| \leq s$  لكل  $x$  من  $I$

تمرين

نعتبر  $f$  الدالة العددية للمتغير الحقيقي المعرفة بـ  $f(x) = \frac{x + \sqrt{x^2 - 4}}{x}$

1- حدد  $D_f$

2- بين أن الدالة مكبورة على  $[2, +\infty[$  بالعدد 2 و مصغرة على  $[2, +\infty[$  بالعدد 1

### III- مقارنة دالتين- التأويل الهندسي

1/ نشاط 7

2/ أ/ تساوي دالتين

- تعريف

نعتبر  $f$  و  $g$  دالتين عدديتين و  $D_g$  و  $D_f$  مجموعتي تعريفهما على التوالي  
نقول إن  $f$  تساوي  $g$  و نكتب  $f = g$  إذا و فقط إذا كان:  $D_g = D_f$  \* و  $f(x) = g(x)$  \* مهما كانت  $x$  من  $D_f$

ب/ مقارنة دالتين

- تعريف

نعتبر  $f$  و  $g$  دالتين معرفتين مجال  $I$   
نقول إن  $f$  أصغر أو تساوي  $g$  على  $I$  إذا كان:  $f(x) \leq g(x)$  مهما كانت  $x$  من  $I$  نكتب  $f \leq g$  على  $I$

ج/ التأويل الهندسي

$f \leq g$  على  $I$  يعني هندسيا أن منحنى الدالة  $f$  تحت منحنى  $g$  على  $I$

د/ الدالة الموجبة- الدالة السالبة

نعتبر  $f$  دالة معرفة على مجال  $I$

\*  $f$  دالة موجبة على  $I \Leftrightarrow (\forall x \in I; f(x) \geq 0)$

\*  $f$  دالة سالبة على  $I \Leftrightarrow (\forall x \in I; f(x) \leq 0)$

### IV- الدالة الدورية

1- نشاط 8

2- تعريف

نقول أن  $f$  دالة دورية إذا وجد عدد حقيقي  $T$  موجب قطعاً بحيث  
 $\forall x \in D_f \quad x + T \in D_f; \quad x - T \in D_f \quad f(x + T) = f(x)$   
العدد  $T$  يسمى دور لدالة  $f$ . أصغر دور موجب قطعاً يسمى دور الدالة

أمثلة

\* الدالتان  $x \rightarrow \cos x$  و  $x \rightarrow \sin x$  دوريتان و دورهما  $2\pi$  \* الدالة  $x \rightarrow \tan x$  دورية دورها  $\pi$

\* الدالتان  $x \rightarrow \cos ax$  و  $x \rightarrow \sin ax$  (حيث  $a \neq 0$ ) دوريتان و دورهما  $\frac{2\pi}{|a|}$

\* الدالة  $x \rightarrow \tan ax$  (حيث  $a \neq 0$ ) دورية دورها  $\frac{\pi}{|a|}$

3- خاصية

إذا كانت للدالة  $f$  دور  $T$  فان  $f(x + nT) = f(x) \quad \forall x \in D_f, \forall n \in \mathbb{Z}$

4- ملحوظة

إذا كانت  $f$  دالة دورية و  $T$  دوراً لها فانه:

- يكفي دراسة الدالة  $f$  على  $D_f \cap [0, T[$  أو  $D_f \cap \left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right[$
- يستنتج جزء منحنى الدالة  $f$  على  $D_f \cap \left[-\frac{T}{2} + nT; \frac{-T}{2} + (n+1)T\right[$  حيث  $n \in \mathbb{Z}$  من جزء منحنى

على  $D_f \cap \left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right[$  بواسطة الإزاحة ذات المتجهة  $\vec{u}(nT; 0)$  حيث  $n$  عدد صحيح نسبي.

V- صورة مجال بدالة

1- نشاط 9

2- تعريف

لتكن  $f$  دالة عددية للمتغير حقيقي و  $I$  مجال ضمن من  $D_f$   
صورة المجال  $I$  بالدالة  $f$  هي مجموعة جميع صور عناصر  $I$  بالدالة  $f$  نرسم له  $f(I)$   
 $f(I) = \{f(x) / x \in I\}$

ملحوظة:

$$y \in f(I) \Leftrightarrow \exists x \in I \ / f(x) = y \quad *$$

\*  $f$  دالة عددية و  $I$  مجال ضمن من  $D_f$   $J$  مجال ضمن  $\mathbb{R}$

$$f(I) \subset J \Leftrightarrow \forall x \in I \ \exists y \in J \ / f(x) = y$$

$$J \subset f(I) \Leftrightarrow \forall y \in J \ \exists x \in I \ / f(x) = y$$

### VI- مركب دالتين

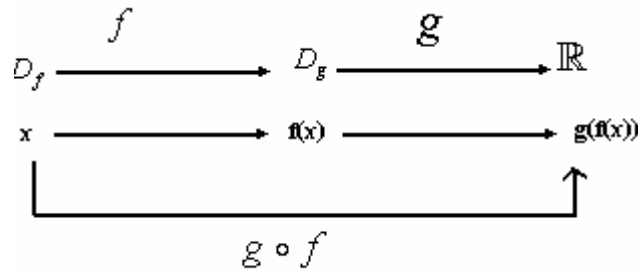
#### 1- نشاط 10

#### 2- تعريف

لتكن  $f$  و  $g$  دالتين حيث  $f(D_f) \subset D_g$

مركبة الدالتين  $f$  و  $g$  في هذا الترتيب هي الدالة التي نرمز لها بالرمز  $g \circ f$  حيث لكل  $x \in D_f$

$$g \circ f(x) = g(f(x))$$



مجموعة تعريف  $g \circ f$ :

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \ / f(x) \in D_g\}$$

#### تمرين

لتكن  $g(x) = 2x - 1$  و  $f(x) = x^2 + x$

حدد  $g \circ f$  و  $f \circ g$  ثم قارنهما

ملاحظة: على العموم  $g \circ f \neq f \circ g$

$$h(x) = \frac{4x^2 - 4x - 1}{8x^2 - 8x + 1}$$

تمرين  $g(x) = 2x - 1$  ;  $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$

1- حدد  $h \circ g$  ;  $g \circ f$  ;  $f \circ g$

2- حدد دالة  $t$  حيث  $h = t \circ g$

3- حدد دالة  $l$  حيث  $f = l \circ g$

#### 3- مركب دالتين و الرتبة

لتكن  $f$  و  $g$  دالتين و  $I$  و  $J$  مجالين ضمن  $D_f$  و  $D_g$  على التوالي حيث  $f(I) \subset J$

- إذا كان  $f$  تزايدية على  $I$  و  $g$  تزايدية على  $J$  فإن  $g \circ f$  تزايدية على  $I$

- إذا كان  $f$  تناقصية على  $I$  و  $g$  تناقصية على  $J$  فإن  $g \circ f$  تزايدية على  $I$

- إذا كان  $f$  تزايدية على  $I$  و  $g$  تناقصية على  $J$  فإن  $g \circ f$  تناقصية على  $I$

- إذا كان  $f$  تناقصية على  $I$  و  $g$  تزايدية على  $J$  فإن  $g \circ f$  تناقصية على  $I$

#### تمرين

نعتبر  $f$  و  $g$  الدالتين العدديتين للمتغير الحقيقي المعرفتين بـ

$$g(x) = x^2 + 1 \ ; \ f(x) = 3x - 1$$

باستعمال تغيرات  $f$  و  $g$  حدد تغيرات  $f \circ g$  و  $g \circ f$

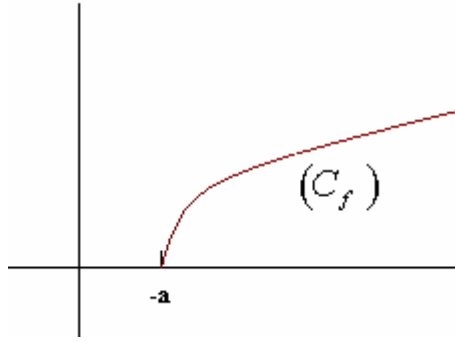
VI- تمثيل الدالتين  $x \rightarrow ax^3$  و  $x \rightarrow \sqrt{x+a}$

1- الدالة  $x \rightarrow \sqrt{x+a}$

#### نشاط 11

خاصية

الدالة  $f : x \rightarrow \sqrt{x+a}$  معرفة و تزايدية قطاعا على  $[-a; +\infty[$



أمثلة : في نفس المعلم أنشئ  $C_f$  من أجل  $a = 0$  و  $a = 2$  و  $a = -1$

### تمرين

لتكن  $f$  و  $g$  الدالتين المعرفتين بـ  $f(x) = \sqrt{x+1}$  و  $g(x) = \sqrt{-x^2+1}$

1- أعط جدول تغيرات  $f$  و أنشئ  $(C_f)$

2- حدد  $D_g$  ثم حدد تغيرات الدالة  $g$  باستعمال مركب دالتين

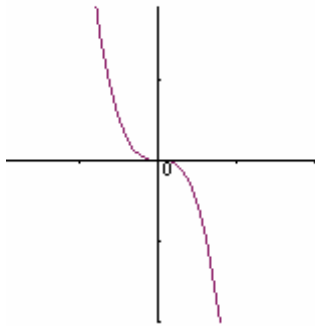
2- الدالة  $x \rightarrow ax^3$

نشاط 12

خاصة

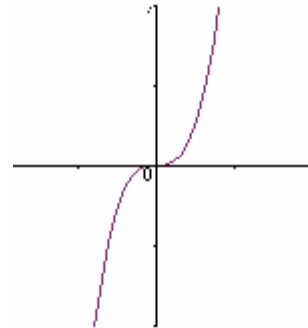
لتكن  $f$  دالة عددية لمتغير حقيقي حيث  $f(x) = ax^3$  و  $a \in \mathbb{R}^*$

\*- إذا كان  $a < 0$  فإن  $f$  تناقصية قطاعا على  $\mathbb{R}$



\*-  $a < 0$

\*- إذا كان  $a > 0$  فإن  $f$  تزايدية قطاعا على  $\mathbb{R}$



\*-  $a > 0$