

تحليلية الجاء السلمي وتطبيقاته

نعتبر في جميع الفقرات أن المستوى منسوب إلى معلم متعمد منتظم (O, \vec{i}, \vec{j})

الصيغة التحليلية للجاء السلمي

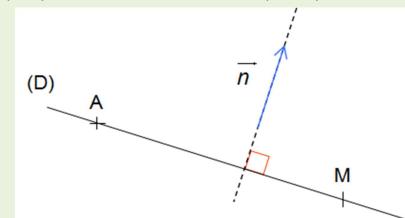
إذا كانت $\vec{U} \vec{V} = xx' + yy'$ فإن $\vec{V}(x', y')$ و $\vec{U}(x, y)$

$$\sin(\hat{\vec{u}, \vec{v}}) = \frac{\det(\vec{u}, \vec{v})}{\|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\|}$$
 و $\cos(\hat{\vec{u}, \vec{v}}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\|}$

مساحة مثلث $S_{ABC} = \frac{1}{2} \left| \det(\vec{AB}, \vec{AC}) \right| : ABC$

المستقيم في المستوى

- كل مستقيم (D) معادلته الديكارتية تكتب على شكل $ax + by + c = 0$
- المتجهة $\vec{u}(-b, a)$ متجهة موجهة لـ (D)
- المتجهة $\vec{n}(a, b)$ متجهة منظمية لـ (D)



- ليكن (D) المستقيم المار من $A(x_A, y_A)$ و $\vec{n}(a, b)$ متجهة موجهة لـ (D)
- لدينا $\{M \in (P) / \vec{n} \cdot \overrightarrow{AM} = 0\}$

- الأوضاع النسبية لمستقيمين:
- لتكن $\vec{n}(a, b)$ متجهة منظمية لـ (D)
- ولتكن $\vec{n}'(c, d)$ متجهة منظمية لـ (Δ)

- إذا كانت $\det(\vec{n}, \vec{n}') \neq 0$ فإن (D) و (Δ) متلاقيان في نقطة وحيدة
- إذا كانت $\det(\vec{n}, \vec{n}') = 0$ فإن (D) و (Δ) متوازيين

مسافة نقطة عن مستقيم :

- ليكن $H(x_H, y_H)$ و $(D): ax + by + c = 0$
- لدينا : $d(H, (D)) = \frac{|ax_H + by_H + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

معادلة ديكارتية لدائرة

لتكن (C) دائرة مركزها $\Omega(a, b)$ و شعاعها r
 $(C) = \{M \in (P) / \Omega M = r\}$

أ. معادلة ديكارتية لدائرة معرفة بمركزها و شعاعها:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

ب. معادلة ديكارتية لدائرة معرفة بأحد أقطارها $[AB]$

طريقة 1:
لدينا $[AB]$ هو منتصف $\Omega(a, b)$ مركز (C) هو منتصف $b = \frac{y_A + y_B}{2}$ و $a = \frac{x_A + x_B}{2}$:
و شعاع الدائرة (C) هو $r = \frac{AB}{2}$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = \left(\frac{AB}{2}\right)^2$$

طريقة 2:

لتكن (C) دائرة أحد أقطارها $[AB]$
 $(C) = \{M \in (P) / \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0\}$

ج. معادلة ديكارتية لدائرة معرفة بثلاث نقاط

لتكن (C) دائرة تمر من النقاط A و B و C
 $r = \Omega A = \Omega B = \Omega C$ هي نقطة تقاطع واسطرين من المثلث ABC و شعاع (C) هو :

د. تمثيل بارامترى لدائرة

لتكن (C) دائرة مركزها $\Omega(a,b)$ وشعاعها r

$$\begin{cases} x = a + r \cos \theta \\ y = b + r \sin \theta \end{cases}$$

تحديد داخل و خارج الدائرة :

لتكن (C) دائرة مركزها Ω وشعاعها r و A نقطة من المستوى

- إذا كانت $\Omega A < r$ فإن A توجد داخل الدائرة
- إذا كانت $\Omega A = r$ فإن A تتبع إلى الدائرة
- إذا كانت $\Omega A > r$ فإن A توجد خارج الدائرة

الأوضاع النسبية للدائرة و المستقيم في المستوى

ليكن (D) المستقيم ذي المعادلة $ax + by + c = 0$ ولتكن (C) دائرة مركزها $\Omega(x_\Omega, y_\Omega)$ وشعاعها r

ولتكن d مسافة (x_Ω, y_Ω) عن المستقيم (D)

الحالة 1: إذا كان $r > d$ فإن (C) و المستقيم (D) لا يتقاطعان

الحالة 2: إذا كان $d = r$ فإن المستقيم (D) والدائرة (C) يتقاطعان في نقطة وحيدة و نقول أن (D) مماس للدائرة (C)

الحالة 3: إذا كان $d < r$ فإن (D) و (C) يتقاطعان في نقطتين مختلفتين

معادلة المماس للدائرة (C) عند إحدى نقطتها

ليكن (D) المستقيم المماس للدائرة (C) في النقطة H

$$M(x, y) \in (D) \Leftrightarrow \overline{H\Omega} \cdot \overline{HM} = 0$$