

تحليلية الجداء السلمي
حلول

تمرين 1

$E(-4, -2)$ و $D(1, 1)$ و $C(-4, 4)$ و $B(-1, 3)$ و $A(-1, 1)$

لدينا $\vec{AD}(x_D - x_A; y_D - y_A)$ و $\vec{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$ و $\vec{AD}(2; 0)$ و $\vec{AB}(0; 2)$: منه $\vec{AB} \cdot \vec{AD} = 0 \times 2 + 0 \times 2 = 0 + 0 = 0$

نستنتج إذن أن: $(AB) \perp (AD)$

و أيضا: $\vec{DE}(x_E - x_D; y_E - y_D)$ و $\vec{BC}(x_C - x_B; y_C - y_B)$ و $\vec{DE}(-5; -3)$ و $\vec{BC}(-3; 1)$

منه: $\vec{BC} \cdot \vec{DE} = (-3) \times (-5) + 1 \times (-3) = 15 + (-3) = 12$

لدينا $\vec{BE}(x_E - x_B; y_E - y_B)$ و $\vec{CD}(x_D - x_C; y_D - y_C)$ و $\vec{BE}(-3; -5)$ و $\vec{CD}(5; -3)$

منه: $\vec{BE} \cdot \vec{CD} = -3 \times 5 + (-5) \times (-3) = -15 + 15 = 0$ بالتالي: $(BE) \perp (CD)$

لدينا M منتصف $[DE]$ إذن:
$$\begin{cases} x_M = \frac{x_D + x_E}{2} = \frac{-3}{2} \\ y_M = \frac{y_D + y_E}{2} = \frac{-1}{2} \end{cases}$$

إذن: $\vec{AM}(x_M - x_A; y_M - y_A)$ و $\vec{BC}(x_C - x_B; y_C - y_B)$ و $\vec{AM}\left(\frac{-1}{2}; \frac{-3}{2}\right)$ و $\vec{BC}(-3; 1)$

منه: $\vec{BC} \cdot \vec{AM} = -3 \times \left(\frac{-1}{2}\right) + 1 \times \left(\frac{-3}{2}\right) = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = 0$ بالتالي: $(AM) \perp (BC)$

لإثبات تعامد نبرهن أن الجداء السلمي منعدم.

$D(0 ; 1+\sqrt{3})$ و $C(-1 ; 1)$ و $B(1 ; 3)$ و $A(1 ; 1)$	
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \times (-2) + 0 \times 2 = 0 + 0 = 0$: منه $\overrightarrow{AC}(x_C - x_A ; y_C - y_A)$ و $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A ; y_B - y_A)$ $\overrightarrow{AC}(-2 ; 0)$ و $\overrightarrow{AB}(0 ; 2)$	لدينا 1
نستنتج إذن أن: $(AB) \perp (AC)$ بالتالي ABC مثلث قائم الزاوية في A	
$\overrightarrow{CD}(x_D - x_C ; y_D - y_C)$ و $\overrightarrow{CB}(x_B - x_C ; y_B - y_C)$ و $\overrightarrow{CA}(2 ; 0)$ لدينا $\overrightarrow{CD}(1 ; \sqrt{3})$ و $\overrightarrow{CB}(2 ; 2)$ إذن: $\ \overrightarrow{CB}\ = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ و $\ \overrightarrow{CA}\ = \sqrt{2^2 + 0^2} = \sqrt{4} = 2$ و $\ \overrightarrow{CD}\ = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$	أ
$\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CD} = 2 \times 1 + 0 \times \sqrt{3} = 2$ و $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 2 \times 2 + 0 \times 2 = 4$	ب
$\sin(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = \frac{\det(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB})}{\ \overrightarrow{CA}\ \ \overrightarrow{CB}\ } = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}}{2 \times 2\sqrt{2}} = \frac{4-0}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ و $\cos(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = \frac{\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}}{\ \overrightarrow{CA}\ \ \overrightarrow{CB}\ } = \frac{4}{2 \times 2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\sin(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CD}) = \frac{\det(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CD})}{\ \overrightarrow{CA}\ \ \overrightarrow{CD}\ } = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & \sqrt{3} \end{vmatrix}}{2 \times 2} = \frac{2\sqrt{3}-0}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ و $\cos(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CD}) = \frac{\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CD}}{\ \overrightarrow{CA}\ \ \overrightarrow{CD}\ } = \frac{2}{2 \times 2} = \frac{1}{2}$	ج 2
$(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = \frac{\pi}{4} [2\pi]$: فإن $\sin(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ و $\cos(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ بما أن $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CD}) = \frac{\pi}{3} [2\pi]$: فإن $\sin(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CD}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ و $\cos(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CD}) = \frac{1}{2}$ و بما أن	د
$(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}) = (\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA}) + (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CD}) = -(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) + (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CD}) = \frac{-\pi}{4} + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{12} [2\pi]$: لدينا	3
$\cos \frac{\pi}{12} = \cos(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}) = \frac{\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD}}{\ \overrightarrow{CB}\ \ \overrightarrow{CD}\ } = \frac{2 \times 1 + 2 \times \sqrt{3}}{2\sqrt{2} \times 2} = \frac{2 + 2\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} = \frac{1 + \sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{(1 + \sqrt{3}) \times \sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$	4
$\sin \frac{\pi}{12} = \sin(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}) = \frac{\det(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD})}{\ \overrightarrow{CB}\ \ \overrightarrow{CD}\ } = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & \sqrt{3} \end{vmatrix}}{2\sqrt{2} \times 2} = \frac{2\sqrt{3} - 2}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3} - 1) \times \sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$	4
يمكن تحديد قياس زاوية و ذلك بحساب جيبها و جيب تمامها.	

$C(0,-1)$ و $B(-1,1)$ و $A(2,2)$

لنحدد معادلة المستقيم (Δ) المار من B و العمودي على (AC) .
لنكن $M(x, y)$ نقطة من المستوى.

لدينا: $\overrightarrow{BM}(x+1; y-1)$ و $\overrightarrow{AC}(-2; -3)$

$$M \in (\Delta) \Leftrightarrow \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow -2(x+1) - 3(y-1) = 0 \Leftrightarrow -2x - 2 - 3y + 3 = 0 \Leftrightarrow -2x - 3y + 1 = 0$$

بالتالي: $(\Delta): -2x - 3y + 1 = 0$ أو أيضا: $(\Delta): 2x + 3y - 1 = 0$

لنحدد حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (AC)
لنكن $M(x, y)$ نقطة من المستوى.

لدينا: $\overrightarrow{AM}(x-2; y-2)$ و $\overrightarrow{AC}(-2; -3)$

$$M \in (AC) \Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AC}) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} x-2 & y-2 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow -3(x-2) + 2(y-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow -3x + 6 + 2y - 4 = 0 \Leftrightarrow -3x + 2y + 2 = 0$$

بالتالي: $(AC): -3x + 2y + 2 = 0$ أو أيضا: $(AC): 3x - 2y - 2 = 0$

حدد زوج إحداثيتي H نقطة تقاطع (Δ) و (AC)

إذن لنحل النظام المكونة من معادلتني (Δ) و (AC) ، أي:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3x - 2y = 2 \end{cases}$$

لدينا المحددة هي: $\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = -4 - 9 = -13$ و $\Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = -2 - 6 = -8$

و $\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 4 - 3 = 1$ ، منه: $x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{8}{13}$ و $y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-1}{13}$ بالتالي: $H\left(\frac{8}{13}; \frac{-1}{13}\right)$

لدينا: $\overrightarrow{CA}(2; 3)$ و $\overrightarrow{CB}(-1; 2)$ إذن: $\|\overrightarrow{CA}\| = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$ و $\|\overrightarrow{CB}\| = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$

$$\cos(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = \frac{\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}}{\|\overrightarrow{CA}\| \|\overrightarrow{CB}\|} = \frac{-2+6}{\sqrt{13} \times \sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{65}} = \frac{4\sqrt{65}}{65}$$

لنحدد معادلة ديكارتية للمستقيم (L) و اسط القطعة $[AB]$

نعتبر K منتصف $[AB]$ ، إذن: $K\left(\frac{2+(-1)}{2}; \frac{2+1}{2}\right)$ أي: $K\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$

لنكن $M(x, y)$ نقطة من المستوى. لدينا: $\overrightarrow{AB}(-3; -1)$ و $\overrightarrow{KM}\left(x - \frac{1}{2}; y - \frac{3}{2}\right)$

$$M \in (L) \Leftrightarrow \overrightarrow{KM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow -3\left(x - \frac{1}{2}\right) - \left(y - \frac{3}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow -3x + \frac{3}{2} - y + \frac{3}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow -3x - y + 3 = 0$$

بالتالي: $(L): 3x + y - 3 = 0$

♦ لإيجاد إحداثيتي نقطة تقاطع مستقيمين نحل النظام المكونة من معادلتيهما الديكارتيتين

و لإيجاد معادلة ديكارتية لواسط قطعة نحدد أولا إحداثيتي منتصف هذه القطعة فيكون الواسط مستقيما مارا بهذه النقطة و تكون المتجهة التي طرفاها هما طرفي القطعة منظمة عليه . . .

يستحسن جعل معامل x موجبا في معادلة مستقيم و ذلك بضرب جميع المعاملات في -1

<p style="text-align: center;">$C(1,0)$ و $B(0,\sqrt{3})$ و $A(1,2\sqrt{3})$</p> <p>لدينا: $\overrightarrow{BC}(1; -\sqrt{3})$ و $\overrightarrow{BA}(1; \sqrt{3})$: إذن: $\ \overrightarrow{BC}\ = \sqrt{1+3} = 2$ و $\ \overrightarrow{BA}\ = \sqrt{1+3} = 2$ بالتالي: ABC متساوي الساقين في النقطة B</p>	1
$\sin(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\det(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})}{\ \overrightarrow{BA}\ \ \overrightarrow{BC}\ } = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ 1 & -\sqrt{3} \end{vmatrix}}{2 \times 2} = \frac{-2\sqrt{3}}{4} = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ $\cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{\ \overrightarrow{BA}\ \ \overrightarrow{BC}\ } = \frac{1-3}{2 \times 2} = \frac{-1}{2}$ $\tan(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\sin(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})}{\cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})} = \frac{-\sqrt{3}/2}{-1/2} = \sqrt{3} \quad \text{منه:}$	2
<p>ليكن (Δ) الارتفاع المنشأ من النقطة B للمثلث ABC إذن (Δ) يمر من B و عمودي على (AC)</p> <p>لتكن $M(x, y)$ نقطة من المستوى. $\overrightarrow{BM}(x; y-\sqrt{3})$ و $\overrightarrow{AC}(0; -2\sqrt{3})$</p> $M \in (\Delta) \Leftrightarrow \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow 0 \times x - 2\sqrt{3}(y-\sqrt{3}) = 0 \Leftrightarrow -2\sqrt{3}(y-\sqrt{3}) = 0$ $\Leftrightarrow y - \sqrt{3} = 0$ <p>بالتالي: $(\Delta): y - \sqrt{3} = 0$</p>	3
<p>ليكن E منتصف $[AB]$ ، إذن المتوسط المار من النقطة C للمثلث ABC هو المستقيم (EC)</p> <p>لتحدد إذن لنحدد حد معادلة ديكارتية للمستقيم (EC) ، لدينا: $E\left(\frac{1}{2}; \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$</p> <p>لتكن $M(x, y)$ نقطة من المستوى.</p> <p>لدينا: $\overrightarrow{CM}(x-1; y)$ و $\overrightarrow{EC}\left(\frac{1}{2}; -\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$</p> $M \in (EC) \Leftrightarrow \det(\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{EC}) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} x-1 & y \\ \frac{1}{2} & -\frac{3\sqrt{3}}{2} \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow -\frac{3\sqrt{3}}{2}(x-1) + \frac{1}{2}y = 0$ $\Leftrightarrow -3\sqrt{3}(x-1) + y = 0 \Leftrightarrow -3\sqrt{3}x + y + 3\sqrt{3} = 0$ <p>بالتالي: $(EC): 3\sqrt{3}x - y + 3\sqrt{3} = 0$</p>	4
<p>لتحدد إحداثياتي G مركز ثقل المثلث ABC ، نعلم أن:</p> $x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{2}{3}$ $y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \sqrt{3}$ <p>منه: $G\left(\frac{2}{3}; \sqrt{3}\right)$</p>	5
<p>التذكير ارتفاع مثلث هو مستقيم يمر من أحد رؤوسه و عمودي على حامل الضلع المقابل لهذا الرأس، أما المتوسط فهو مستقيم يمر من أحد رؤوسه و منتصف الضلع المقابل لهذا الرأس.</p>	

تمرين 4

	<p>مساحة المثلث ABC هي: $S_{ABC} = \frac{ \det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) }{2}$ ولدينا: $\overrightarrow{AB}(-1; -\sqrt{3})$ و $\overrightarrow{AC}(0; -2\sqrt{3})$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $S_{ABC} = \frac{\left \begin{vmatrix} -1 & -\sqrt{3} \\ 0 & -2\sqrt{3} \end{vmatrix} \right }{2} = \frac{ 2\sqrt{3} }{2} = \sqrt{3}$ </div> <p>منه:</p>	6
	<p>لنحدد حد معادلة ديكارتية للمستقيم (BC)، لتكن $M(x, y)$ نقطة من المستوى. لدينا: $\overrightarrow{BC}(1; -\sqrt{3})$ و $\overrightarrow{CM}(x-1; y)$</p> $M \in (BC) \Leftrightarrow \det(\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{BC}) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} x-1 & y \\ 1 & -\sqrt{3} \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow -\sqrt{3}(x-1) - y = 0$ $\Leftrightarrow -\sqrt{3}x - y + \sqrt{3} = 0$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>بالتالي: $(BC): \sqrt{3}x + y - \sqrt{3} = 0$</p> </div>	7
	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $d(A; (BC)) = \frac{ \sqrt{3}x_A + y_A - \sqrt{3} }{\sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2}} = \frac{ \sqrt{3} + 2\sqrt{3} - \sqrt{3} }{2} = \sqrt{3}$ </div>	ب

التذكير ارتفاع مثلث هو مستقيم يمر من أحد رؤوسه و عمودي على حامل الضلع المقابل لهذا الرأس، أما المتوسط فهو مستقيم يمر من أحد رؤوسه و منتصف الضلع المقابل لهذا الرأس.

تمرين 5

	<p>لنحدد حد معادلة ديكارتية للمستقيم (D) لتكن $M(x, y)$ نقطة من المستوى. لدينا: $\overrightarrow{AM}(x+1; y)$ و $\vec{u}(2; 4)$</p> $M \in (D) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2(x+1) + 4y = 0 \Leftrightarrow 2x + 4y + 2 = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 1 = 0$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>بالتالي: $(D): x + 2y + 1 = 0$</p> </div>	1
	<p>لدينا $(\Delta): 2x = y + 4$ منه $(\Delta): 2x - y - 4 = 0$ إذن فالمتجهة: $\vec{v}(2; -1)$ منتظمة على (Δ) و نعلم أن $(\vec{u}(2; 4))$ منتظمة على (D)، و بما أن: $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2 \times 2 - 1 \times 4 = 4 - 4 = 0$ فإن $\vec{u} \perp \vec{v}$ بالتالي: $(D) \perp (\Delta)$</p>	2
	$d(A; (\Delta)) = \frac{ 2x_A - y_A - 4 }{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{ -2 - 0 - 4 }{\sqrt{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$	3
	<p>بما أن H هي المسقط العمودي للنقطة A على (Δ)، و بما أن (D) يمر من A و عمودي على (Δ)، فإن H هي نقطة تقاطع (D) و (Δ)، لنحل إذن النظام:</p> $\begin{cases} x + 2y = -1 \\ 2x - y = 4 \end{cases} \text{ أي: } \begin{cases} x + 2y + 1 = 0 \\ 2x - y - 4 = 0 \end{cases}$ <p>لدينا المحددة هي: $\Delta_x = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} = 1 - 8 = -7$ و $\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -1 - 4 = -5$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>و $\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 4 + 2 = 6$ ، منه: $x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{7}{5}$ و $y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-6}{5}$ بالتالي: $H\left(\frac{7}{5}; \frac{-6}{5}\right)$</p> </div>	4

يستحسن دائما استعمال طريقة المحددة لحل النظم عوض طريقتي التعويض أو التاليفة الخطية فهي أسرع.

تمرين 5

لدينا حسب ما سبق $d(A;(\Delta)) = AH$ ولدينا $\vec{AH}\left(\frac{12}{5}; \frac{-6}{5}\right)$

$$d(A;(\Delta)) = \sqrt{\left(\frac{12}{5}\right)^2 + \left(\frac{-6}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{144}{25} + \frac{36}{25}} = \sqrt{\frac{180}{25}} = \frac{\sqrt{36 \times 5}}{5} = \frac{6\sqrt{5}}{5} \quad \text{بالتالي :}$$

5

طبعاً أسهل طريقة لحساب مسافة عن مستقيم هي الطريقة الأولى، لكن من الجيد التعرف على طرق أخرى.

تمرين 6

$C(-1, -4)$ و $B(2, 0)$ و $A(1; -2)$

لتحدد إحداثياتي H مركز تعامد المثلث ABC

نعلم أن H هي نقطة تقاطع ارتفاعات المثلث ABC .

لنعتبر إذن (D) الإرتفاع المار من A و (Δ) الإرتفاع المار من B ، فتكون H هي نقطة تقاطع (Δ) و (D)

لنحدد أولاً معادلتني (Δ) و (D)

لدينا: $\vec{AC}(-2, -2)$ و $\vec{BC}(-3, -4)$

$M(x, y)$ نقطة من المستوي.

لدينا: $\vec{BM}(x-2; y)$ و $\vec{AM}(x-1; y+2)$

$$M \in (D) \Leftrightarrow \vec{AM} \cdot \vec{BC} = 0 \Leftrightarrow -3(x-1) - 4(y+2) = 0 \Leftrightarrow -3x + 3 - 4y - 8 = 0 \Leftrightarrow -3x - 4y - 5 = 0$$

$$(D): 3x + 4y + 5 = 0 \quad \text{منه}$$

$$M \in (\Delta) \Leftrightarrow \vec{BM} \cdot \vec{AC} = 0 \Leftrightarrow -2(x-2) - 2y = 0 \Leftrightarrow -2x - 2y + 4 = 0 \Leftrightarrow -x - y + 2 = 0$$

$$(\Delta): x + y - 2 = 0 \quad \text{منه}$$

$$\begin{cases} 3x + 4y = -5 \\ x + y = 2 \end{cases} \quad \text{لنحل النظام:}$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 6 + 5 = 11 \quad \text{و} \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} -5 & 4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -5 - 8 = -13 \quad \text{و} \quad \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 3 - 4 = -1$$

$$\text{منه: } x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = 13 \quad \text{و} \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = -11 \quad \text{بالتالي: } H(13; -11)$$

سؤال يتطلب استحضار الكثير من القواعد.

للتأكد من صحة الحل يمكنك حساب الجداءات: $\vec{AH} \cdot \vec{BC}$ و $\vec{BH} \cdot \vec{AC}$ و $\vec{CH} \cdot \vec{AB}$.