الجداء السلمي لمتجهتين :

➢ $\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AC} = AB\ AC\ \cos\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$

➢ $\vec{u} \bullet \vec{v} = \|\vec{u}\|\ \|\vec{v}\| \cos\left(\vec{u}, \vec{v}\right)$

خاصيات :

$\vec{u} \bullet \vec{v} = \vec{v} \bullet \vec{u}$ و $\vec{u} \bullet \left(\vec{v} + \vec{w}\right) = \vec{u} \bullet \vec{v} + \vec{u} \bullet \vec{w}$

$\vec{u} \bullet \left(k\vec{v}\right) = k\,\vec{u} \bullet \vec{v}$ و $\left(k\vec{u}\right) \bullet \vec{v} = k\,\vec{u} \bullet \vec{v}$

➢ الجداء $\vec{u} \bullet \vec{u}$ يسمى مربع سلمي ويكتب $\vec{u}^2$

➢ العدد $\sqrt{\vec{u}^2}$ يسمى منظم المتجهة $\vec{u}$ ويكتب $\|\vec{u}\| = \sqrt{\vec{u}^2}$

➢ $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متعامدتين $\Leftrightarrow \vec{u} \bullet \vec{v} = 0$

خاصيات المنظم :

$\|k\vec{u}\| = |k|\ \|\vec{u}\|$ و $\|\vec{u} + \vec{v}\| \leq \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$

$\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + 2\vec{u} \bullet \vec{v} + \|\vec{v}\|^2$

$\|\vec{u} - \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 - 2\vec{u} \bullet \vec{v} + \|\vec{v}\|^2$

$\|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2 = \left(\vec{u} + \vec{v}\right) \bullet \left(\vec{u} - \vec{v}\right)$

متفاوتة كوشي شوارز :

$|\vec{u} \bullet \vec{v}| \leq \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\|$ لكل متجهتين $\vec{u}$, $\vec{v}$

تحليلية الجداء السلمي :

$\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$ معلم متعامد ممنظم و $\vec{u}(a,b)$ و $\vec{v}(c,d)$

$\vec{u} \bullet \vec{v} = ac + bd$ و $\|\vec{u}\| = \sqrt{a^2 + b^2}$

صيغة cos و sin

$\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهتين غير منعدمتين :

$\cos\left(\vec{u}, \vec{v}\right) = \dfrac{\vec{u} \bullet \vec{v}}{\|\vec{u}\|\ \|\vec{v}\|}$ و $\sin\left(\vec{u}, \vec{v}\right) = \dfrac{\det\left(\vec{u}, \vec{v}\right)}{\|\vec{u}\|\ \|\vec{v}\|}$

التمرين الأول :

أحسب الجداء السلمي $\vec{u} \bullet \vec{v}$ في الحالات التالية :

① $\|\vec{u}\| = 2$ و $\|\vec{v}\| = 3$ و $\overline{\left(\vec{u}, \vec{v}\right)} = \dfrac{\pi}{6}$

② $\|\vec{u}\| = \sqrt{8}$ و $\|\vec{v}\| = 6$ و $\overline{\left(\vec{u}, \vec{v}\right)} = \dfrac{\pi}{4}$

③ $\|\vec{u}\| = 12$ و $\|\vec{v}\| = 10$ و $\overline{\left(\vec{u}, \vec{v}\right)} = \dfrac{\pi}{3}$

نعتبر في ما يلي المستوى منسوب لمعلم متعامد ممنظم

التمرين الثاني :

أحسب الجداء السلمي $\vec{u} \bullet \vec{v}$ في الحالات التالية :

❶ $\vec{u}(3,-2)$ و $\vec{v}(2,-5)$

❷ $\vec{u}\left(2-\sqrt{3}, 1\right)$ و $\vec{v}\left(\sqrt{3}+1, 2\sqrt{3}\right)$

❸ $\vec{u} = 2\vec{i} - 9\vec{j}$ و $\vec{v} = \vec{i} + 4\vec{j}$

التمرين الثالث :

حدد قيمة m كي تكون $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متعامدتين :

⇦ $\vec{u}(3, m-1)$ و $\vec{v}(2m+1, -2)$

⇦ $\vec{u}(m+3, -1)$ و $\vec{v}(m-1, 5)$

⇦ $\vec{u} = (2m+1)\vec{i} + (m-2)\vec{j}$ و $\vec{v} = (m+2)\vec{i} - (m-1)\vec{j}$

التمرين الرابع :

أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ في الحالات التالية :

☜ $A(4,-2)$; $B(2,3)$; $C(-5,1)$

☜ $A(1,3)$; $B(-3,2)$; $C(2,1)$

☜ $A\left(2+\sqrt{2}, 4\right)$; $B\left(3, -2\sqrt{2}\right)$; $C\left(\sqrt{2}-1, 2\right)$

الحاتي

التمرين الخامس :

أحسب منظم المتجهة $\vec{u}$ في الحالات التالية :

☺ $\vec{u}(-3,4)$ ☺ $\vec{u}(2,-4)$

☺ $\vec{u} = \sqrt{2}\,\vec{i} - 6\vec{j}$ ☺ $\vec{u}\left(\sqrt{3}-2, 2\sqrt{3}+1\right)$

التمرين السادس :

1) نعتبر النقط $A\left(2,\sqrt{3}\right)$; $B\left(-1, 2\sqrt{3}\right)$; $C\left(0,\sqrt{3}\right)$

أ- أحسب $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ و المسافتين AB ; AC

ب- أحسب $\cos\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$ و $\sin\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$

2) نعتبر النقط $A(-1,1)$; $B\left(1, \dfrac{-1}{2}\right)$; $C\left(\dfrac{-1}{3}, \dfrac{-11}{3}\right)$

أ- أحسب $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ و المسافتين AB ; AC

ب- أحسب $\cos\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$ و $\sin\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$

ج- استنتج قياس الزاوية $\overline{\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)}$

3) نعتبر النقط $B(6,1)$; $A(3,5)$; $E(-1,2)$

أ- أحسب $\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{EB}$ و المسافتين EA ; EB

ب- أحسب $\cos\left(\overrightarrow{EA}, \overrightarrow{EB}\right)$ و $\sin\left(\overrightarrow{EA}, \overrightarrow{EB}\right)$

ج- استنتج قياس الزاوية $\overline{\left(\overrightarrow{EA}, \overrightarrow{EB}\right)}$

التمرين السابع :

حدد متجهة منظمية للمستقيم (D) في الحالات التالية :

⌛ $(D) : 2x - 3y + 5 = 0$

⌛ $(D) : x\sqrt{2} + y - 3\sqrt{3} = 0$

⌛ (D) مار من $A(2,5)$ و موجه بالمتجهة $\vec{u}(3,-1)$

⌛ (D) مار من النقطتين $A(-1,2)$; $B(3,5)$

⌛ (D) تمثيله البارامتري : $t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 + 2t \end{cases}$