

ذ. إلمانتى

النهايات

① أحسب مايلي :  $\lim_{\substack{x \rightarrow -3 \\ x < -3}} \frac{2x+1}{x^2+3x}$      $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x^2 - x\sqrt{2}}{x^2 - 2}$      $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 3x + 2}$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x-1)^3}{2x(2-x)}$      $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - \sin 2x}{x + 2 \tan x}$      $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \sin 2x}{1 - \cos x}$      $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2\sqrt{x} - x$

② أحسب مايلي :  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x - \pi}$      $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{2x^3 + 3} - 3}$      $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x}{x^3 + 8}$      $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} \left(1 - \frac{1}{x+1}\right)$

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \tan x}{x - \frac{\pi}{4}}$      $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - 2 \cos x + 1}{x^2}$      $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - 2x^3 + 5}{(2 - 3x)(x+1)^2}$

③ لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بما يلي :  $f(x) = x^2 - 2x \sin x + 1$

أ- بين أن دالة زوجية

ب- بين أن  $(\forall x \in \mathbb{R}^+) f(x) \geq (x-1)^2$

ج- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

④ لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بما يلي : حيث  $a$  عدد حقيقي

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4x}{(x-1)^2} & x > -1 \\ \frac{x^3 + a}{x-2} & x < -1 \end{cases}$$

أ- أحسب النهايتين  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب- أحسب  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  وحدد النهايتين  $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} f(x)$  و  $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x < -1}} f(x)$

ج- حدد  $a$  كي تكون للدالة نهاية في النقطة 1-

⑤ لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بما يلي :  $f(x) = \frac{x|x-1|+2}{|x|-1}$

1- حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$

2- أحسب النهايتين  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

3- أحسب  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

4- حدد نهاية  $f$  على يمين 1 ونهايتها على يسار 1

⑥ نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة بما يلي :  $f(x) = 2 + x^2 \cos \frac{2}{x}$

1) بين أن  $(\forall x \in \mathbb{R}^*) |f(x) - 2| \leq x^2$

2) استنتج أن  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$