تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

السنة 1 بكالوريا علوم تجريبية	المرجـــح حلول مقترحة	سلسلة 1

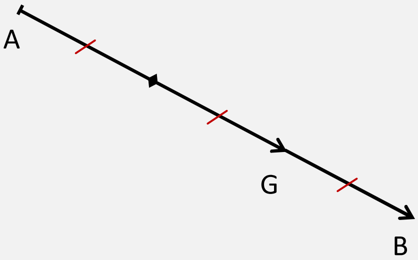
تمرين 1 :

G مرجح النقطتين المتزنتين $(A,2)$ و $(B,1)$

لدينا حسب الخاصية المميزة للمرجح:

$$\forall M \in (P)\ \overrightarrow{MG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{MA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{MB}$$

نأخذ: $M=A$ فنجد أن : $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$



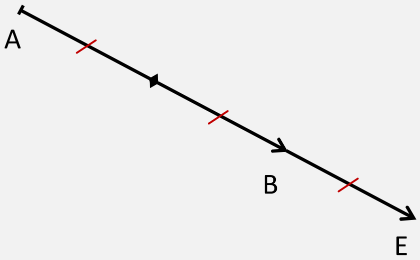
إذا أخذنا : $M=B$ سنجد أن $\overrightarrow{BG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$ ، لكننا سنجد G في نفس الموضع

E مرجح النقطتين المتزنتين $(A,-1)$ و $(B,3)$

لدينا حسب الخاصية المميزة للمرجح:

$$\forall M \in (P)\ \overrightarrow{ME}=\frac{-1}{2}\overrightarrow{MA}+\frac{3}{2}\overrightarrow{MB}$$

نأخذ: $M=A$ فنجد أن : $\overrightarrow{AE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

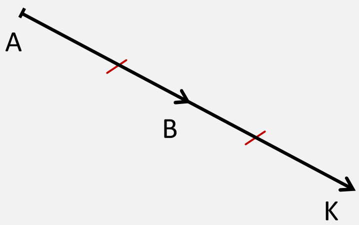


K مرجح النقطتين المتزنتين $(A,-1)$ و $(B,2)$

لدينا حسب الخاصية المميزة للمرجح:

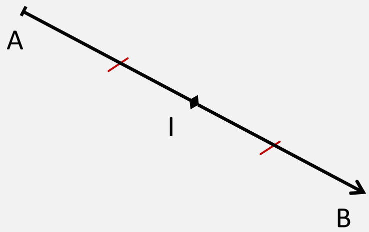
$$\forall M \in (P)\ \overrightarrow{MK}=\frac{-1}{1}\overrightarrow{MA}+\frac{2}{1}\overrightarrow{MB}$$

نأخذ: $M=A$ فنجد أن: $\overrightarrow{AK}=2\overrightarrow{AB}$



I مرجح النقطتين المتزنتين $(A,100)$ و $(B,100)$

بما أن المعاملان متساويان فإن I منتصف $[AB]$



مرجح نقطتين لهما نفس المعامل هو منتصف القطعة التي تصلهما

لإيجاد علاقة متجهية تسمح بالإنشاء يمكن أيضا استعمال تعريف المرجح، لكن هذه الطريقة تتطلب في الغالب استعمال علاقة شال للحصول على المتساويات السابقة.

تمرين 2 : A و B و C نقط غير مستقيمية. G مرجح النقط المتزنة $(A,2)$ و $(B,1)$ و $(C,3)$

1 لدينا G مرجح النقط المتزنة $(A,2)$ و $(B,1)$ و $(C,3)$

إذن حسب الخاصية المميزة للمرجح:

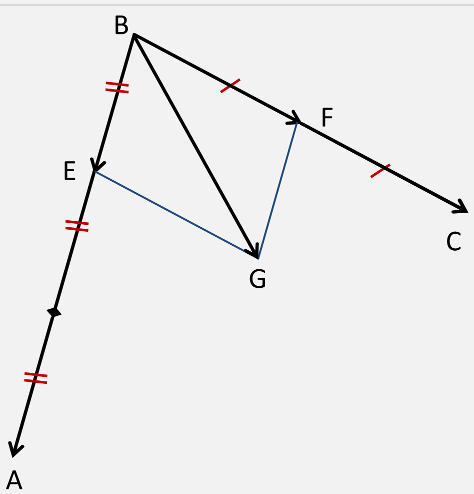
$$\forall M \in (P)\ \overrightarrow{MG}=\frac{2}{6}\overrightarrow{GA}+\frac{1}{6}\overrightarrow{GB}+\frac{3}{6}\overrightarrow{GC}$$

نأخذ : $M=B$ فنجد : $\overrightarrow{BG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

لأجل الإنشاء أنشأنا أولا النقطة E حيث $\overrightarrow{BE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$

ثم النقطة F حيث $\overrightarrow{BF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ ثم أنشأنا G حيث :

$\overrightarrow{BG}=\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{BF}$ أي $BEGF$ متوازي الأضلاع



تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

2

لتكن K مرجح النقط المتزنة $(A,2)$ و $(B,1)$

بما أن G مرجح $(A,2)$ و $(B,1)$ و $(C,3)$

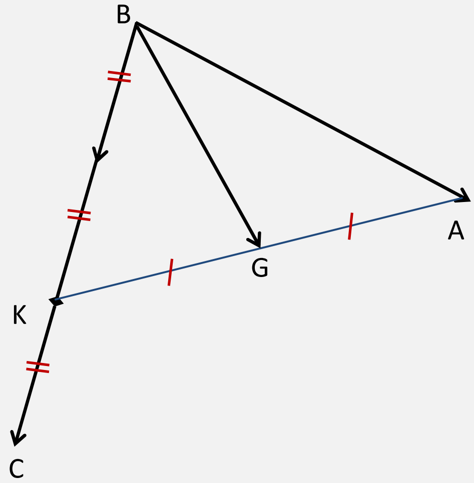
إذن حسب خاصية التجميعية فإن G مرجح $(K,3)$ و $(C,3)$

أي منتصف $[CK]$

لدينا حسب الخاصية المميزة للمرجح:

$$\forall M\in(P)\ \overrightarrow{MK}=\frac{2}{3}\overrightarrow{MA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{MB}$$

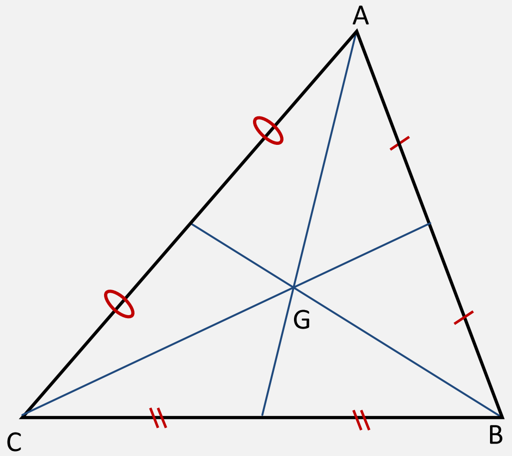
نأخذ : $M=B$ فنجد : $\overrightarrow{BK}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}$



لاحظ أنه رغم اختلاف الطريقتين إلا أن موضع النقطة G لا يتغير.

تمرين 3 : ABC مثلث.

1



2

بما أن G مرجح النقط المتزنة $(A,1)$ و $(B,1)$ و $(C,1)$

فإن G تمثل مركز ثقل المثلث ABC أي نقطة تقاطع متوسطاته

الإنشاء في السؤال الأول تم بنفس طريقة الإنشاء في التمرين السابق.

مرجح ثلاث نقط لها نفس المعامل يكون هو مركز ثقل المثلث الذي رؤوسه هذه النقط ، لذلك يمكن الاستغناء عن الطريقة السابقة و الاستعانة بمتوسطاته (المستقيمات المارة بالرؤوس و بمنتصف الضلع المقابل لكل رأس)

تمرين 4 : لنبين أن بين أن O هو مرجح النقط المتزنة $(A,1)$ و $(B,1)$ و $(C,1)$ و $(D,1)$

أي لنبين أن: $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$

لدينا : $ABCD$ متوازي أضلاع مركزه O إذن O هي منتصف قطريه $[AC]$ و $[BD]$

منه : $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$ و $\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$ بالتالي : $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}+\vec{0}=$

الشكل غير ضروري لكنه قد يساعد على إيجاد الفكرة.

تمرين 5 : G مرجح النقطتين المتزنتين $(A,2)$ و $(B,1)$

1

بين أن A مرجح النقطتين المتزنتين $(G,-3)$ و $(B,1)$ أي نبين : $-3\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{AB}=\vec{0}$

لدينا G مرجح النقطتين المتزنتين $(A,2)$ و $(B,1)$ منه : $2\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}=\vec{0}$ منه $2\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AB}=\vec{0}$

منه : $3\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ بالتالي : $-3\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{AB}=\vec{0}$

2

بين أن B مرجح النقطتين المتزنتين $(G,-6)$ و $(A,4)$ أي نبين : $-6\overrightarrow{BG}+4\overrightarrow{BA}=\vec{0}$

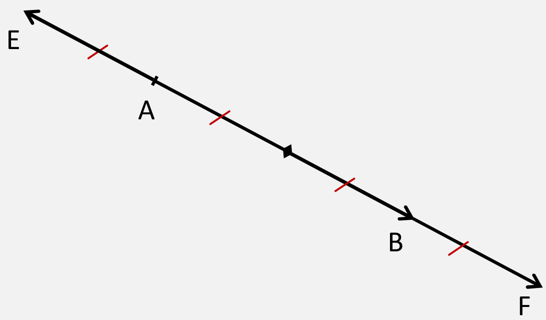
لدينا G مرجح النقطتين المتزنتين $(A,2)$ و $(B,1)$ منه : $2\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}=\vec{0}$ منه $2(\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{BA})+\overrightarrow{GB}=\vec{0}$

منه : $2\overrightarrow{GB}+2\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{GB}=\vec{0}$ منه $3\overrightarrow{GB}+2\overrightarrow{BA}=\vec{0}$ منه $-3\overrightarrow{BG}+2\overrightarrow{BA}=\vec{0}$ بالتالي : $-6\overrightarrow{BG}+4\overrightarrow{BA}=2\vec{0}=\vec{0}$

الشكل غير ضروري لكنه قد يساعد على إيجاد الفكرة.

تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

تمرين 6 : A و B نقطتان مختلفتان.



1 لدينا E مرجح النقطتين المتزنتين $(A,3)$ و $(B,-1)$ ، إذن

حسب الخاصية المميزة للمرجح:

$$\forall M \in (P)\ \overrightarrow{ME} = \frac{3}{2}\overrightarrow{MA} + \frac{-1}{2}\overrightarrow{MB}$$

نأخذ: $M = A$ فنجد أن: $\overrightarrow{AE} = \frac{-1}{2}\overrightarrow{AB}$

2 لدينا F مرجح النقطتين المتزنتين $(A,1)$ و $(B,-3)$ ، إذن

حسب الخاصية المميزة للمرجح:

$$\forall M \in (P)\ \overrightarrow{MF} = \frac{1}{-2}\overrightarrow{MA} + \frac{-3}{-2}\overrightarrow{MB}$$

نأخذ: $M = A$ فنجد أن: $\overrightarrow{AF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

3 لتكن : I منتصف $[AB]$ و لنبين أن I هي أيضا منتصف $[EF]$ أي لنبين أن $\overrightarrow{IE} + \overrightarrow{IF} = \vec{0}$

<u>الطريقة الأولى</u>:

لدينا : $\overrightarrow{IE} + \overrightarrow{IF} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AF} = 2\,\overrightarrow{IA} + \frac{-1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} = 2\,\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AB} = 2\,\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

بالتالي للقطعتين $[AB]$ و $[EF]$ نفس المنتصف.

<u>الطريقة الثانية</u>:

باستعمال الخاصية المميزة للمرجح بالنسبة لـ $M = I$ المستعملة في السؤالين السابقين نجد أن:

$\overrightarrow{IE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{IA} + \frac{-1}{2}\overrightarrow{IB}$ و $\overrightarrow{IF} = \frac{-1}{2}\overrightarrow{IA} + \frac{3}{2}\overrightarrow{IB}$ منه : $\overrightarrow{IE} + \overrightarrow{IF} = \left(\frac{-1}{2} + \frac{3}{2}\right)\overrightarrow{IA} + \left(\frac{3}{2} + \frac{-1}{2}\right)\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

بالتالي للقطعتين $[AB]$ و $[EF]$ نفس المنتصف.

الخاصية المميزة للمرجح مفيدة في إنشاء المرجح و في كثير من البراهين.