تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

التمرين الأول

لتكن المتتالية العددية $(u_n)_n$ المعرفة بما يلي : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{3+2u_n} \end{cases}$

1. أ) بين بالترجع أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_n > 0$

ب) بين أن $(u_n)_n$ متتالية تناقصية

2. نضع : لكل n من $\mathbb{N}$ $\quad v_n = \dfrac{u_n}{u_n + 1}$

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \dfrac{1}{3}$ و حدها الأول $v_0 = \dfrac{2}{3}$

ب) عبر عن v_n بدلالة n و أن $u_n = \dfrac{2}{3^{n+1} - 2}$

3. نعتبر المجموع : $S_n = \dfrac{1}{u_0 + 1} + \dfrac{1}{u_1 + 1} + ... + \dfrac{1}{u_n + 1}$ بين أن : $S_n = n + \dfrac{1}{3^{n+1}}$

التمرين الثاني

لتكن المتتالية العددية $(u_n)_n$ المعرفة بما يلي : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{3+2u_n} \end{cases}$

1. أ) بين بالترجع أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_n > 0$

ب) بين أن $(u_n)_n$ متتالية تناقصية

2. نضع : لكل n من $\mathbb{N}$ $\quad v_n = 1 + \dfrac{1}{u_n}$

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = 3$ و حدها الأول $v_0 = 2$

ب) عبر عن v_n بدلالة n و أن $u_n = \dfrac{1}{2 \times 3^n - 1}$

3. نعتبر المجموع : $S_n = \dfrac{1}{u_0} + \dfrac{1}{u_1} + ... + \dfrac{1}{u_{n-1}}$ بين أن : $S_n = 3^n - n - 1$

التمرين الثالث

لتكن المتتالية العددية $(u_n)_n$ المعرفة بما يلي : $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \dfrac{5u_n + 3}{3u_n + 5} \end{cases}$

1. أ) بين بالترجع أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_n > 1$

ب) بين أن $(u_n)_n$ متتالية تناقصية ماذا تستنتج ؟

2. نضع : $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 1}$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ) بين أن $(v_n)_n$ متتالية هندسية ا أساسها $q = \dfrac{1}{4}$ و أحسب حدها الأول v_0

تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

ب) أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج أن $u_n = \dfrac{2^{2n+1}+1}{2^{2n+1}-1}$

ج) أحسب المجموع : $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_{n-1}$

التمرين الرابع

لتكن المتتالية العددية $(U_n)_u$ المعرفة بما يلي : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \dfrac{1+2U_n}{5-2U_n} \end{cases}$

1. أ) تحقق أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad 1-2U_{n+1} = \dfrac{3(1-2U_n)}{4+(1-2U_n)}$

ب) بين بالترجع أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n < \dfrac{1}{2}$

2. أ) بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_{n+1} - U_n = \dfrac{(1-U_n)(1-2U_n)}{4+(1-2U_n)}$

ب) استنتج أن المتتالية $(U_n)_u$ تزايدية

3. نضع : لكل n من $\mathbb{N}$: $V_n = \dfrac{2U_n - 1}{U_n - 1}$

أ) بين أن $(V_n)_n$ متتالية هندسية أساسها $q = \dfrac{3}{4}$ و حدها الأول $V_0 = 1$

ب) عبر عن V_n بدلالة n و استنتج أن $U_n = \dfrac{2^{2n} - 3^n}{2^{2n+1} - 3^n}$

التمرين الخامس

لتكن $(u_n)_n$ متتالية عددية معرفة بما يلي : $\begin{cases} u_0 = \sqrt{2} \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{\sqrt{1+u_n^2}} \end{cases}$

1. بين بالترجع أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_n > 0$
2. بين أن $(u_n)_n$ متتالية تناقصية
3. نعتبر المتتالية $(v_n)_n$ بحيث : $v_n = \dfrac{2}{u_n^2}$

أ) بين أن $(v_n)_n$ متتالية حسابية محددا أساسها وحدها الأول

ب) أكتب v_n و u_n بدلالة n

التمرين السادس

لتكن $(U_n)_n$ متتالية عددية معرفة بما يلي : $\begin{cases} U_0 = \dfrac{1}{2} \\ U_{n+1} = \dfrac{2U_n + 3}{U_n + 4} \end{cases}$

تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

1. تحقق أن $U_{n+1}=2-\frac{5}{U_n+4}$ و بين بالترجع أن $0<U_n<1$ $\left(\forall n\in\mathbb{N}\right)$

2. بين ان $U_n-U_{n+1}=\frac{\left(U_n+1\right)^2-4}{U_n+4}$ ثم ادرس رتابة المتتالية $\left(U_n\right)_n$

3. أ) بين أن $\left|U_{n+1}-1\right|\le\frac{1}{4}\left|U_n-1\right|$ $\left(\forall n\in\mathbb{N}\right)$

ب) بين أن $\left|U_n-1\right|\le\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n$ $\left(\forall n\in\mathbb{N}\right)$

التمرين السابع

نعتبر المتتالية $\left(U_n\right)_n$ المعرفة بما يلي: $U_0=4$ و $U_{n+1}=6-\frac{9}{U_n}$

1) بين أن $U_n>3$ $\left(\forall n\in\mathbb{N}\right)$

2) بين المتتالية $\left(U_n\right)_n$ تناقصية

3) نضع $V_n=\frac{3}{U_n-3}$ لكل عدد طبيعي n

أ- بين أن $\left(V_n\right)_n$ حسابية أساسها $q=1$ و أحسب الحد العام V_n بدلالة n

ب- استنتج أن $U_n=\frac{3n+12}{n+3}$

ج- أحسب بدلالة n الجمع $S=V_0+V_1+.....+V_{n-1}$

التمرين الثامن

لتكن $\left(U_n\right)_n$ متتالية عددية معرفة بما يلي: $\begin{cases}U_0=0\\U_{n+1}=\frac{1}{4}\left(1+\sqrt{U_n}\right)^2\end{cases}$

1) احسب U_1 و U_2

2) بين بالترجع أن $0<U_n<1$ $\left(\forall n\in\mathbb{N}\right)$

3) بين بالترجع أن $\left(U_n\right)_n$ متتالية تزايدية

4) نضع $W_n=\sqrt{U_n}-1$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ) بين أن $\left(W_n\right)_n$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

ب) أكتب كل من W_n و U_n بدلالة n

ج) نعتبر المجموع: $S_n=\sqrt{U_0}+\sqrt{U_1}+...+\sqrt{U_n}$ بين أن $S_n=n-1+\frac{1}{2^n}$

التمرين التاسع

لتكن $\left(U_n\right)_n$ متتالية عددية معرفة ب: $\begin{cases}U_0=3\\U_{n+1}=\frac{6U_n-4}{U_n+2}\end{cases}$

ج- بين أن $U_n>2$ $\left(\forall n\in\mathbb{N}\right)$

تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

2ـ أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

3ـ نضع $V_n=\frac{2}{U_n-2}$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ ـ بين أن $(V_n)_n$ متتالية حسابية و أحسب V_n بدلالة n

ج ـ حدد الحد العام U_n بدلالة n

ج ـ أحسب الجمع $S_n=V_0+V_1+V_2+....+V_{n-1}$

التمرين العاشر

نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بنا يلي : $U_0=\frac{5}{2}$ و $U_{n+1}=\frac{2}{9}U_n^2+1$

1) بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad \frac{3}{2}<U_n<3$

2) بين أن $U_{n+1}-U_n=\frac{1}{9}(U_n-3)(2U_n-3)$ ثم أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

3) استنتج أن المتتالية $(U_n)_n$ متقاربة

4) أ ـ بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad U_{n+1}-3\le\frac{8}{9}(U_n-3)$

بـ استنتج أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad U_n-3\le\left(\frac{8}{9}\right)^n$

التمرين الحادي عشر

نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي : $U_0=0$ و $U_{n+1}=f(U_n)$ ونضع $f(x)=\frac{3x+2}{x+4}$

1) بين أن الدالة f تزايدية على المجال $I=[0,1]$

2) أ ـ بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad :\quad 0\le U_n<1$

بـ أحسب U_1 و بين بالترجع أن المتتالية $(U_n)_n$ تزايدية

3) نضع $V_n=\frac{U_n-1}{U_n+1}$ لكل عدد طبيعي n

أ ـ بين أن $(V_n)_n$ متتالية هندسية

بـ حدد V_n بدلالة n و استنتج U_n بدلالة n

4) أ ـ تحقق أن $1-U_{n+1}=\frac{2(1-U_n)}{U_n+4}$ و بين أن $1-U_{n+1}\le\frac{1}{2}(1-U_n)$

بـ بين بالترجع أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad 1-U_n\le\left(\frac{1}{2}\right)^n$