تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

أكاديمية الجهة الشرقية

سلسلة 5: المتتاليات العددية

المستوى : الأولى باك علوم تجريبية

الأستاذ: نجيب عثماني

تمرين1: لاحظ ثم أتمم بأربعة أعداد ملائمة لتسلسل كل متتالية من المتتاليات التالية :

1) $0, 2, 4, 6, 8, 10, \ldots\ldots$

2) $6, 3, 0, -3, -6, -9, -12, \ldots\ldots$

3) $1, 3, 9, 27, 81, 243, \ldots\ldots$

4) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \ldots\ldots$

5) $1, 4, 9, 16, 25, 36, \ldots\ldots$

تمرين2: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالصيغة الصريحة التالية : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2n+3$

1) أحسب حدها الأول u_0

2) أحسب الحدود الأربعة الأولى للمتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$

تمرين3: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بالعلاقة الترجعية التالية: $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3 \end{cases}$ أحسب الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n)

تمرين4: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي: $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{n+1}{2n+1}$

1. بين أن: $\forall n \in \mathbb{N} \quad \frac{1}{2} < u_n \leq 1$
2. ماذا يمكن أن نقول عن المتتالية (u_n) ؟

تمرين5: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = u_n^{\,2} + 2u_n + 2 \\ u_0 = -1 \end{cases}$$

1) أحسب u_1 2) بين أن المتتالية (u_n) مصغورة بالعدد 1

تمرين6: أدرس رتابة المتتالية العددية $(u_n)_{n\in I}$ المعرفة كالتالي :

$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2n+3$

تمرين7: أدرس رتابة المتتالية (v_n) المعرفة

كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{2}{n}$

تمرين8: أدرس رتابة المتتالية العددية (u_n) المعرفة

كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{-n}{n+2}$

تمرين9: أدرس رتابة المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{5n-3}{2n+7}$ واستنتج أن : $\forall n \in \mathbb{N} \; u_n \geq -\frac{3}{7}$

تمرين10: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{8(u_n - 1)}{u_n + 2} \\ u_0 = 3 \end{cases}$$

1. بين أن المتتالية (u_n) مصغورة بالعدد 2
2. بين أن المتتالية (u_n) مكبورة بالعدد 4
3. ماذا تستنتج ؟
4. أدرس رتابة المتتالية (u_n)

تمرين11: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{4u_n - 2}{u_n + 1} \\ u_0 = 1 \end{cases}$

1. بين أن المتتالية (u_n) مصغورة بالعدد 1
2. بين أن المتتالية (u_n) مكبورة بالعدد 2
3. ماذا تستنتج ؟
4. أدرس رتابة المتتالية (u_n)

تمرين12: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{n+3}{4}$

بين أن المتتالية (u_n) حسابية وحدد أساسها وحدها الأول

تمرين13: لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r = \frac{1}{2}$ و $u_6 = 31$

1) أحسب u_0 2) أكتب u_n بدلالة n 3) أحسب : u_{2015} ثم u_{2016}

تمرين14: لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها r و بحيث $u_0 = 5$ و $u_{100} = -45$

1) حدد r 2) أحسب : u_{2015} و u_{2016}

تمرين15: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{-1}{2 + u_n} \\ u_0 = 2 \end{cases}$$ ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة

كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{1}{u_n + 1}$

1. أحسب u_1 و u_2 و v_0 و v_1
2. أحسب $v_{n+1} - v_n$ و استنتج طبيعة المتتالية (v_n)
3. بين بالترجع أن : $\forall n \in \mathbb{N} \; u_n = \frac{-3n+2}{3n+1}$
4. أكتب v_n بدلالة n
5. استنتج طريقة أخرى لكتابة u_n بدلالة n

تمرين16: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n - 1}{3 + u_n} \\ u_0 = 0 \end{cases}$$

تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{1}{1+u_n}$

1. أحسب $v_{n+1} - v_n$ و استنتج طبيعة المتتالية (v_n)
2. أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

تمرين17: لتكن المتتالية الحسابية $(u_n)_{n\geq 1}$ الذي أساسها $r = 3$ وحدها الأول $u_0 = 5$

1) أكتب u_n بدلالة n وأوجد الحد التاسع
2) أحسب المجموع التالي : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{13}$

تمرين18:

1. لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r = \frac{1}{2}$ و حدها الأول $u_0 = 1$

أحسب المجموع التالي : $S_1 = u_3 + u_4 + u_5 + \cdots + u_{30}$

2. لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r = -2$ و حدها الأول $u_0 = 4$

أحسب المجموع التالي : $S_2 = u_7 + u_8 + u_9 + \cdots + u_{25}$

تمرين19: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالصيغة الصريحة التالية : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2 \times 3^n$

1. أحسب الحدود الأربعة الأولى للمتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$
2. أحسب $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ $\forall n \in \mathbb{N}$ وماذا تستنتج ؟

تمرين20: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$

بحيث: $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 5 \times 3^{2n+1}$

بين أن $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية و حدد أساسها q و حدها الأول

تمرين21: لتكن (u_n) متتالية هندسية بحيث :

$u_5 = \frac{243}{2}$ و $u_2 = \frac{9}{2}$

حدد q أساس المتتالية (u_n) و أكتب u_n بدلالة n

تمرين22: نعتبر المتتالية الهندسية (u_n) بحيث حدها الأول $u_0 = 81$ وأساسها : $q = \frac{1}{3}$

1) أكتب u_n بدلالة n 2) أحسب u_1 و u_2 و u_3

3) حدد العدد الصحيح الطبيعي n بحيث $u_n = 1$

تمرين23: نعتبر المتتالية الهندسية (u_n) بحيث حدها الأول $u_0 = 5$ و $u_3 = 40$

1. تحقق أن أساس المتتالية (u_n) هو $q = 2$
2. أكتب u_n بدلالة n و أحسب u_4
3. حدد العدد الصحيح الطبيعي n بحيث $u_n = 160$

تمرين24: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالصيغة التالية : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_0 = 2$ و $u_{n+1} = 3 \times U_n$

1. تحقق أن $(u_n)_{n\geq 0}$ هندسية
2. عبر عن U_n بدلالة n
3. أحسب المجموع : $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_5$

تمرين25: لتكن (u_n) متتالية هندسية بحيث : $u_5 = 486$

و $u_7 = 4374$ و أساسها $q > 0$

1) حدد أساس المتتالية (u_n) 2) أحسب u_0 و u_{10}

3) أكتب u_n بدلالة n

4) أحسب المجموع التالي : $S = u_0 + u_5 + \cdots + u_{2009}$

تمرين26: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N}^* \begin{cases} u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1 \\ u_0 = 10 \end{cases}$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = u_n - 3$

1. أحسب u_1 و u_2 و v_0 و v_1
2. بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n \geq 3$
3. أدرس رتابة المتتالية (u_n)
4. أحسب $\frac{v_{n+1}}{v_n}$ و استنتج طبيعة المتتالية (v_n)
5. أكتب v_n بدلالة n واستنتج u_n بدلالة n
6. أحسب بدلالة n المجموع : $S = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n$

تمرين27: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{6}{1+u_n} \\ u_0 = 3 \end{cases}$ ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{u_n - 2}{u_n + 3}$

1. أحسب u_1 و v_0 و v_1
2. بين أن (v_n) متتالية هندسية و حدد أساسها q و حدها الأول
3. أكتب v_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n
4. أحسب بدلالة n المجموع: $S = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n$

تمرين28: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N}^* \begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n} \\ u_1 = 1 \end{cases}$ ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad v_n = \frac{1}{u_n}$

1. أحسب u_2 و v_1
2. بين أن (v_n) متتالية حسابية و حدد أساسها و حدها الأول
3. أكتب v_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n

تمرين29: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n}{1+2u_n} \\ u_0 = 1 \end{cases}$ ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad v_n = \frac{1}{u_n}$

1. أحسب u_1 و v_0
2. بين أن (v_n) متتالية حسابية و حدد أساسها و حدها الأول
3. أكتب v_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n

تمرين30: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{5u_n - 4}{u_n + 1} \\ u_0 = 3 \end{cases}$ ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{1}{u_n - 2}$

تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

1. أحسب u_1 و v_0
2. بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}\ u_n \geq 2$
3. أحسب $v_{n+1} - v_n$ و استنتج طبيعة المتتالية (v_n)
4. أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n
5. أدرس رتابة المتتالية (u_n)
6. أحسب المجموع التالي : $S_2 = v_1 + v_2 + v_3 + \cdots + v_{11}$

تمرين31: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{5u_n - 1}{u_n + 3} \\ u_0 = 2 \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \dfrac{1}{u_n - 1}$

1. أحسب u_1 و v_0
2. بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}\ u_n \geq 1$
3. أحسب $v_{n+1} - v_n$ و استنتج طبيعة المتتالية (v_n)
4. أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

تمرين32: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = -1 - \dfrac{1}{4u_n} \\ u_0 = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \dfrac{2}{2u_n + 1}$

1. أحسب u_1 و u_2 و u_3
2. بين أن : (v_n) متتالية حسابية
3. أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

تمرين33: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{5u_n}{2u_n + 3} \\ u_0 = 2 \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n}$

1. بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}\ u_n > 1$
2. أبين أن (v_n) متتالية حسابية وحدد أساسها وحدها الأول
3. أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

تمرين34: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{7u_n + 3}{3u_n + 7} \\ u_0 = \dfrac{7}{3} \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 1}$

1. بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}\ u_n \geq 1$
2. أدرس رتابة المتتالية (u_n)
3. أبين أن (v_n) متتالية هندسية وحدد أساسها وحدها الأول
4. أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

تمرين35: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{5u_n + 3}{u_n + 3} \\ u_0 = 1 \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \dfrac{u_n - 3}{u_n + 1}$

1. بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}\ 0 \leq u_n \leq 3$
2. أدرس رتابة المتتالية (u_n)
3. أبين أن (v_n) متتالية هندسية وحدد أساسها وحدها الأول
4. أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

تمرين36: لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها r بحيث : $u_0 = 4$ و $u_{20} = 144$

1. حدد r و أكتب u_n بدلالة n
2. أحسب المجموع التالي : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{10}$
3. حدد n علما أن $u_n = 291$

تمرين37: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{3}{2}u_n - 1 \\ u_0 = -1 \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $v_n = u_n - 2$ $\forall n \in \mathbb{N}$

1. أحسب u_1 و v_0 و v_1
2. أحسب $\dfrac{v_{n+1}}{v_n}$ و استنتج طبيعة المتتالية (v_n)
3. أكتب v_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n

تمرين38: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{1}{4}u_n + \dfrac{3}{2} \\ u_0 = \dfrac{5}{4} \end{cases}$$

1. بين أن المتتالية العددية (u_n) مكبورة بالعدد 2
2. أدرس رتابة المتتالية (u_n)

تمرين39: لتكن (u_n) متتالية هندسية و أساسها $q \succ 0$ بحيث :

$u_7 = \dfrac{1}{128}$ و $u_5 = \dfrac{1}{32}$

حدد q أساس المتتالية (u_n) و حدها الأول u_0 و أكتب u_n بدلالة n

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.
c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien