المتتاليات العددية

تمرين 1

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n + 1 \end{cases}$

◈ احسب u_1 و u_2 و u_3

تمرين 2

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 1 + \frac{1}{u_n} \end{cases}$

◈ احسب u_3

تمرين 3

نعتبر المتتاليتين العدديتين (u_n) و(v_n) المعرفتين كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = 2u_n - 1 \end{cases}$ و $v_n = 3 \times 2^n + 1$

1- احسب الحدود الأربعة الأولى لكل من (u_n) و(v_n) ، ماذا تلاحظ ؟

2- برهن بالترجع أن : $u_n = 3 \times 2^n + 1 \quad \forall n \in IN$

تمرين 4

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = 3u_n - 4 \end{cases}$

1- احسب u_1 و u_2 و u_3

2- بين بالترجع أن $u_n > 2 \quad \forall n \in IN$

3- بين أن (u_n) تزايدية

تمرين 5

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{4}{u_n}\right) \end{cases}$

1- بين بالترجع أن (u_n) مصغورة بـ 2

2- بين ان (u_n) تناقصية

تمرين 6

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \dfrac{2u_n^2 - 3}{u_n + 2} \end{cases}$

-1

أ- تحقق أن : $u_{n+1} - 3 = \dfrac{(u_n - 3)(2u_n + 3)}{u_n + 2} \quad \forall n \in IN$

ب- بين بالترجع أن (u_n) مصغورة بـ 3

-2

أ- تحقق أن : $u_{n+1} - u_n = \dfrac{(u_n - 3)(u_n + 1)}{u_n + 2} \quad \forall n \in IN$

ب- استنتج ان (u_n) تزايدية

تمرين 7

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{2u_n + 8} \end{cases}$

◈ بين بالترجع أن (u_n) مكبورة بـ 4

تمرين 8

◈ ادرس رتابة المتتاليات التالية :

$\forall n \in IN \; u_n = \dfrac{2n}{n+1}$ ، $\forall n \in IN^* \; v_n = 1 + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{n}$ ، $\forall n \in IN \; w_n = \dfrac{n+1}{3^n}$

$\forall n \in IN^* \; w_n = n^3 - n$ ، $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = u_n^2 - u_n + 1 \end{cases}$

تمرين 9

لتكن $\left(u_n\right)$ متتالية حسابية حدها الأول $u_0=2$ و أساسها $r=3$

◈ احسب u_7 و u_{11}

◈ احسب : $S=u_0+u_1+\ldots+u_{99}$

تمرين 10

لتكن $\left(u_n\right)$ متتالية حسابية حدها الأول $u_0=-1$.

◈ احسب r أساس المتتالية علما أن $u_{10}=59$

◈ احسب : $S=u_3+u_4+\ldots+u_{22}$

تمرين 11

لتكن $\left(u_n\right)$ متتالية حسابية حدها الأول u_0 و أساسها r

◈ احسب r و u_0 علما أن : $u_3=12$ و $u_{17}=82$

◈ احسب : $S=u_0+u_1+\ldots+u_n$ بدلالة n

تمرين 12

لتكن $\left(u_n\right)$ متتالية هندسية حدها الأول $u_0=3$ و أساسها $r=2$

◈ احسب u_3 و u_6

◈ احسب : $S=u_0+u_1+\ldots+u_5$

تمرين 13

لتكن $\left(u_n\right)$ هندسية أساسها $r=\frac{1}{2}$.

◈ احسب u_0 علما أن $u_3=\frac{5}{8}$

◈ احسب : $S=u_1+u_2+\ldots+u_n$ بدلالة n

تمرين 14

نعتبر المتتاليتين العددية $\left(u_n\right)$ و $\left(v_n\right)$ المعرفتين كما يلي : $\begin{cases} u_0=-1 \\ u_{n+1}=\dfrac{9}{6-u_n} \end{cases}$ و $v_n=\dfrac{1}{u_n-3}$

◈ بين أن $\left(v_n\right)$ متتالية حسابية محددا أساسها و حدها الأول

◈ احسب v_n بدلالة n

◈ استنتج حساب u_n بدلالة n

◈ احسب مجموع الحدود السبعة الأولى للمتتالية $\left(v_n\right)$

تمرين 15

نعتبر المتتاليتين العددية $\left(u_n\right)$ و $\left(v_n\right)$ المعرفتين كما يلي : $\begin{cases} u_0=2 \\ u_{n+1}=\dfrac{2}{5}u_n+1 \quad n\geq 0 \end{cases}$ و $v_n=u_n-\dfrac{5}{3}$

◈ بين أن $\left(v_n\right)$ متتالية هندسية محددا أساسها و حدها الأول

◈ احسب v_n و u_n بدلالة n

◈ احسب : $S=v_0+v_1+\ldots+v_{n-1}$ بدلالة n

تمرين 16

نعتبر المتتاليتين العددية $\left(u_n\right)$ و $\left(v_n\right)$ المعرفتين كما يلي : $\begin{cases} u_0=1 \,,\, u_1=4 \\ u_{n+2}=\dfrac{3}{2}u_{n+1}-\dfrac{1}{2}u_n \end{cases}$ و $v_n=u_{n+1}-u_n$

◈ احسب u_2 و u_3 و v_0 و v_1

◈ بين أن $\left(v_n\right)$ متتالية هندسية ثم أوجد حدها العام

◈ بين أن : $v_0+v_1+\ldots+v_{n-1}=u_n-u_0$

◈ استنتج الحد العام للمتتالية $\left(u_n\right)$

تمرين 17

نعتبر المتتاليتين العددية (u_n) و (v_n) المعرفتين كما يلي :
$$\begin{cases} u_0 = 1 \ , \ v_0 = 7 \\ u_{n+1} = \dfrac{2\,u_n + v_n}{3} \ ; \ v_{n+1} = \dfrac{u_n + v_n}{2} \end{cases}$$

1- احسب u_1 و u_2 و v_1 و v_2

2- نعتبر المتتالية : $w_n = u_n - v_n$

أ- بين أن (w_n) متتالية هندسية محددا أساسها

ب- أوجد الحد العام للمتتالية (w_n)

3- نعتبر المتتالية : $t_n = 3\,u_n + 2\,v_n$

أ- بين أن (t_n) متتالية ثابتة .

ب- أوجد الحد العام للمتتالية (t_n)

4- استنتج مما سبق تعبير كل من (u_n) و (v_n) بدلالة n .

تمرين 18

نعتبر المتتاليتين العددية (u_n) و (v_n) المعرفتين كما يلي :
$$\begin{cases} u_0 = 1 \ , \ v_0 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n + 2\,v_n}{3} \ ; \ v_{n+1} = \dfrac{u_n + 4\,v_n}{5} \end{cases}$$

نعتبر المتتاليتين : $w_n = v_n - u_n$ و $t_n = 3\,u_n + 10\,v_n$

1- بين أن (w_n) متتالية هندسية ثم أوجد حدها العام .

2- بين أن (t_n) متتالية ثابتة ثم أوجد حدها العام .

3- استنتج مما سبق تعبير كل من (u_n) و (v_n) بدلالة n .

تمرين 19

لتكن (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 و أساسها r

1- احسب r و u_0 علما أن : $u_3 + u_4 + u_5 = -9$ و $u_6 = -7$

2- احسب : $S = u_0 + u_1 + \ldots + u_{100}$

تمرين 20

لتكن (v_n) متتالية هندسية حدها الأول $v_0 = 3$ و أساسها $r = 2$

1- احسب : $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_{n-1}$ بدلالة n

2- نعتبر المتتالية : $w_n = v_n^2$

أ- بين أن (w_n) متتالية هندسية .

ب- استنتج حساب المجموع $T_n = v_0^2 + v_1^2 + \ldots + v_{n-1}^2$ بدلالة n .

تمرين 21

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي :
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{3n+1} \end{cases}$$

1- احسب u_1 و u_2

2- بين أن $u_n > 0 \quad \forall\, n \in IN$

3- ادرس رتابة المتتالية (u_n)

4-

أ- بين أن: $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} \leq \dfrac{1}{4} \quad \forall\, n \in IN^*$

ب- استنتج أن $u_n \leq 8\left(\dfrac{1}{4}\right)^n \quad \forall\, n \in IN^*$

تمرين 22

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = u_n^2 + u_n - \frac{1}{4} \end{cases}$$

-1 بين أن $\forall n \in IN \quad |u_n| < \frac{1}{2}$

-2 أدرس رتابة (u_n)

-3 بين أن: $\forall n \in IN \quad u_n + \frac{1}{2} = \left(u_0 + \frac{1}{2}\right)^{2^n}$