

## ملخصى وقواعدي فى الرياضيات لمستوى الأولى باك علوم تجريبية

من انجاز : الأستاذ نجيب عثمانى أستاذ مادة الرياضيات فى الثانوى تأهيلي

### ملخص درس الدوران

و  $A'$  و  $B'$  و  $C'$  و  $D'$  صورها على التوالي بدوران لدينا :

$$(\overline{AB}, \overline{CD}) \equiv (\overline{A'B'}, \overline{C'D'}) [2\pi]$$

نقول الدوران يحافظ على قياس الزوايا

**مثال:**  $ABC$  مثلث بحيث القياس الرئيسي للزاوية الموجهة  $(\overline{AB}, \overline{AC})$

موجب .

ننشئ خارج المثلث  $ABC$  المربعين  $ABDE$  و  $ACFG$

نعتبر الدوران  $r$  الذي مركزه  $A$  وزاوية  $\frac{\pi}{2}$

(1) حدد  $r(E)$  و  $r(C)$  بين أن :

$$(\overline{CA}, \overline{CE}) \equiv (\overline{GA}, \overline{GB}) [2\pi]$$

(1) لدينا :  $r(E) = B$  ومنه  $\begin{cases} AE = AB \\ (\overline{AE}, \overline{AB}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$

①

لدينا :  $r(C) = G$  ومنه  $\begin{cases} AC = AG \\ (\overline{AC}, \overline{AG}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$

② ولدينا:  $r(A) = A$  لأن  $A$  مركز الدوران :

(2) من ① و ② و ③ وبما أن الدوران يحافظ على قياس الزوايا

$$(\overline{CA}, \overline{CE}) \equiv (\overline{GA}, \overline{GB}) [2\pi]$$

(4) **الحفاظ على المرجح:** ليكن  $G$  مرجح النقطتين المتزنتين  $(A; \alpha)$  و

$(B; \beta)$  وإذا كانت  $A'$  و  $B'$  و  $G'$  صور  $A$  و  $B$  و  $G$  على التوالي

بدوران  $r$  فان  $G'$  هي مرجح النقطتين المتزنتين  $(A'; \alpha)$  و  $(B'; \beta)$

**ملحوظة:** يمكننا تعميم هذه الخاصية على مرجح ثلاث أو أربع نقط.

(5) **استنتاج : الحفاظ على المنتصف**

ليكن  $I$  منتصف القطعة  $[AB]$  إذا كانت  $A'$  و  $B'$  و  $I'$  صور  $A$  و

$B$  و  $I$  على التوالي بدوران فان  $I'$  هي منتصف القطعة  $[A'B']$

(6) **خاصية : الحفاظ على معامل استقامية متجهتين**

لتكن  $A'$  و  $B'$  و  $C'$  صور  $A$  و  $B$  و  $C$  على التوالي بدوران

إذا كان  $\overline{AC} = k \overline{AB}$  حيث  $k$  عدد حقيقي فان  $\overline{A'C'} = k \overline{A'B'}$

**IV. صور بعض الأشكال بدوران:**

ليكن  $r$  دوراناً و  $A$  و  $B$  و  $O$  و  $A'$  و  $B'$  و  $O'$  نقاط من

المستوى بحيث :  $r(A) = A'$  و  $r(B) = B'$  و  $r(O) = O'$

■ صورة المستقيم  $(AB)$  بالدوران  $r$  هي المستقيم  $(A'B')$

■ صورة القطعة  $[AB]$  بالدوران  $r$  هي المستقيم  $[A'B']$

■ صورة الدائرة  $(O; R)$  التي مركزها  $O$  وشعاعها  $R$  بالدوران

$r$  هي الدائرة  $(O'; R)$  التي مركزها  $O'$  وشعاعها  $R$

■ صورة نصف المستقيم  $[AB]$  بالدوران  $r$  هي نصف المستقيم  $[A'B']$

■ صورتا مستقيمين متعامدين بالدوران  $r$  هما مستقيمان متعامدان

■ صورتا مستقيمين متوازيين بالدوران  $r$  هما مستقيمان متوازيان

■ إذا كانت نقطة  $M$  تنتمي إلى تقاطع مستقيمين  $(D)$  و  $(\Delta)$  فان

صورة  $M$  بالدوران  $r$  هي نقطة تقاطع صورتي

المستقيمين  $(D)$  و  $(\Delta)$  بالدوران  $r$ .

### I. تعريف الدوران

لتكن  $\Omega$  نقطة من المستوى الموجه و  $\alpha$  عدداً حقيقياً

الدوران الذي مركزه  $\Omega$  زاويته  $\alpha$  هو التحويل في المستوى الذي يربط

كل نقطة  $M$  من المستوى بالنقطة  $M'$  المعرفة كالتالي

نرمز للدوران الذي مركزه  $\Omega$  زاويته  $\alpha$  بالرمز  $r(\Omega; \alpha)$  أو  $r$

إذا لم يكن هناك التباس

$r(M) = M'$  تقرأ :  $M'$  هي صورة  $M$  بالدوران  $r$

• إذا كان  $M = \Omega$  فان  $M' = \Omega$

• إذا كان  $M \neq \Omega$  فان  $\begin{cases} \Omega M = \Omega M' \\ (\overline{\Omega M}, \overline{\Omega M'}) \equiv \alpha [2\pi] \end{cases}$

### II. الدوران العكسي لدوران

**تعريف :** لتكن  $\Omega$  نقطة من المستوى الموجه و  $\alpha$  عدداً حقيقياً

الدوران  $r(\Omega; -\alpha)$  الذي مركزه  $\Omega$  زاويته  $-\alpha$  يسمى الدوران

العكسي للدوران  $r(\Omega; \alpha)$  الذي مركزه  $\Omega$  زاويته  $\alpha$

• الدوران العكسي لدوران  $r$  يرمز له بالرمز  $r^{-1}$

• لكل نقطة  $M$  من المستوى لدينا :

$$r(M) = M' \Leftrightarrow r^{-1}(M') = M$$

### III. خاصيات الدوران

(1) **الحفاظ على المسافة:** إذا كانت  $A$  و  $B$  نقطتين من المستوى و  $A'$

و  $B'$  صورتي  $A$  و  $B$  على التوالي بدوران فان  $AB = A'B'$

نقول الدوران يحافظ على المسافة

(2) **خاصية :** ليكن  $r$  دوراناً زاويته  $\alpha$  إذا كانت  $A'$  و  $B'$  صورتي

نقطتين مختلفتين  $A$  و  $B$  على التوالي بالدوران  $r$

$$(\overline{AB}, \overline{A'B'}) \equiv \alpha [2\pi]$$

**ملحوظة:** يمكننا هذه الخاصية من تحديد زاوية دوران انطلاقاً من نقطتين

مختلفتين وصورتيهما

**مثال:**  $ABC$  مثلثاً ننشئ خارجاً مثلثين  $ABD$  و  $ACE$  متساويي

الساقين وقائمي الزاوية في  $A$

1. بين أن :  $BE = CD$

2. بين أن :  $(BE) \perp (CD)$

**الجواب:**

نعتبر الدوران  $r$  الذي

مركزه  $A$  وزاويته  $\frac{\pi}{2}$

لدينا :

$$\begin{cases} AD = AB \\ (\overline{AD}, \overline{AB}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$$

ومنه :  $r(D) = B$  ولدينا :  $r(C) = E$  ومنه  $\begin{cases} AC = AE \\ (\overline{AC}, \overline{AE}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$

②

من ① و ② وبما أن الدوران يحافظ على المسافة فان  $BE = CD$

(2) لدينا :  $r(D) = B$  و  $r(C) = E$  إذن :

$$(\overline{CD}, \overline{EB}) \equiv \frac{\pi}{2}$$

(3) **خاصية : الحفاظ على قياس زاوية موجهة**

لتكن  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  نقط من المستوى بحيث  $A \neq B$  و  $C \neq D$