# الدوران

## تمارين و حلول

### تمرين1

في مستوى موجه نعتبر $ABC$ مثلثا متساوي الساقين في $A$ حيث $[2\pi]$ $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)=\frac{\pi}{2}$

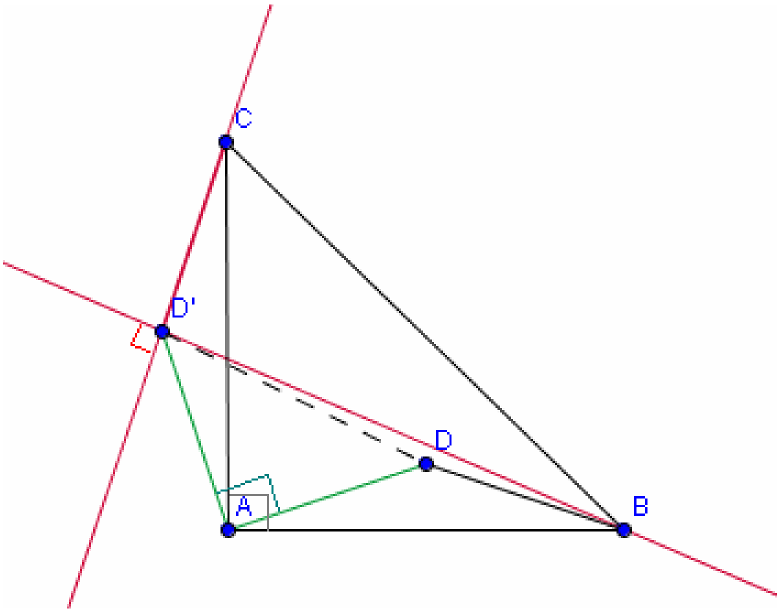
و$D$ نقطة داخل المثلث $ABC$ . ليكن $r$ الدوران الذي مركزه $A$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$

1- أنشئ $D'$ صورة $D$ بالدوران $r$

2- بين أن $BD=CD'$ ; $(BD)\perp(CD')$

الحل

1- ننشئ $D'$ صورة $D$ بالدوران $r$




2- نبين أن $BD=CD'$ ; $(BD)\perp(CD')$

لدينا $[2\pi]$ $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)=\frac{\pi}{2}$ و $ABC$ مثلث متساوي الساقين في $A$ و منه $r(B)=C$

و حيث $r(D)=D'$ فان $BD=CD'$ لأن الدوران يحافظ على المسافة

لدينا $r(B)=C$ و $r(D)=D'$ و زاوية الدوران هي $\frac{\pi}{2}$ و منه $[2\pi]$ $\left(\overrightarrow{BD};\overrightarrow{CD'}\right)=\frac{\pi}{2}$

إذن $(BD)\perp(CD')$

### تمرين2

في مستوى موجه نعتبر $ABC$ مثلثا متساوي الساقين وقائم لزاوية في $B$ حيث $\left(\widehat{\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}}\right)$ زاوية

غير مباشرة. لتكن $O$ منتصف $[AC]$ و $E$ و $F$ نقطتين حيث $\overrightarrow{AE}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BF}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ .

ليكن $r$ الدوران الذي مركزه $O$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$

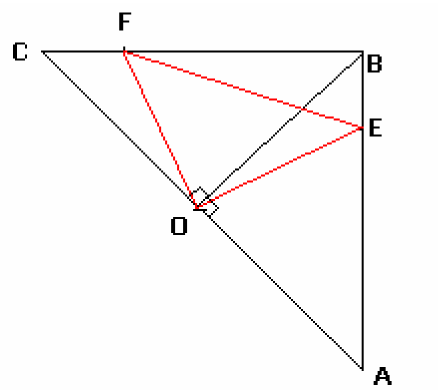
1- أنشئ الشكل

2- حدد صورتي $A$ و $B$ بالدوران $r$

3- نضع $r(E)=E'$ بين أن $E'=F$ استنتج طبيعة المثلث $OEF$

**الحل**

1- الشكل




2- نحدد صورتي $A$ و $B$ بالدوران $r$

لدينا $ABC$ مثلث متساوي الساقين و قائم الزاوية في $B$ و $O$ منتصف $[AC]$ ومنه $(OB)\perp(AC)$

و $OA=OB=OC$

لدينا $[2\pi]$ $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right)\equiv\frac{\pi}{2}$ و $OA=OB$ و منه $r(A)=B$

لدينا $[2\pi]$ $\left(\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OC}\right)\equiv\frac{\pi}{2}$ و $OC=OB$ و منه $r(B)=C$

1- نبين أن $E'=F$ نستنتج طبيعة المثلث $OEF$

$r(E)=E'$ و $r(A)=B$ و $r(B)=C$ و $\overrightarrow{AE}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ ومنه $\overrightarrow{BE'}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$

وحيث $\overrightarrow{BF}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ فان $\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{BE'}$ إذن $E'=F$

ومنه $r(E)=F$ و حيث $r$ دوران زاويته $\frac{\pi}{2}$ فان $OEF$ مثلث متساوي الساقين و قائم الزاوية في $O$

## تمرين3

في مستوى موجه نعتبر $ABC$ مثلثا قائم الزاوية في $A$ و $[2\rho]$ $\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}\right)\equiv\alpha$ و $r$ الدوران الذي مركزه $B$ و زاويته $\alpha$

1- أنشئ $E$ و $F$ حيث $r(C)=F$ ; $r(A)=E$

2- بين أن $(EF)\perp(BC)$

3- لتكن $(AC)\cap(EF)=\{I\}$ و $r(I)=J$ و $(AB)\cap(IJ)=\{K\}$

أ- بين أن النقط $E$ و $F$ و $J$ مستقيمية

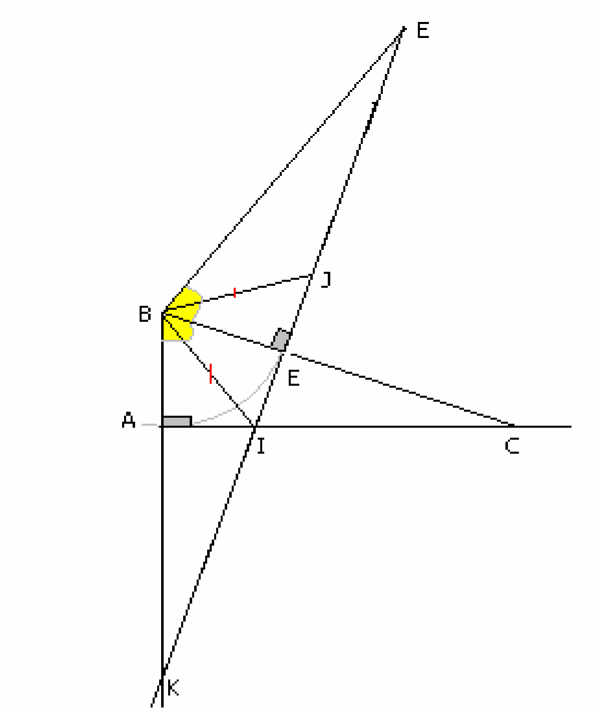
ب- بين أن $E$ منتصف $[Ij]$

4- لتكن $(AB)\cap(IJ)=\{K\}$ .

بين أن $r(K)=C$

**الحل**

-1 ننشئ $E$ و $F$ حيث $r(C)=F \quad ; \quad r(A)=E$




-2 بين أن $(EF)\perp(BC)$

بما أن $r(C)=F \quad ; \quad r(A)=E$ و $r(B)=B$ فان $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})\equiv(\overrightarrow{EF};\overrightarrow{EB})$

وحيث أن $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})\equiv\frac{\pi}{2} \quad [2\pi]$ فان $(\overrightarrow{EF};\overrightarrow{EB})\equiv\frac{\pi}{2} \quad [2\pi]$ ومنه $(EF)\perp(EB)$

لدينا $r(B)=B$ و $r(A)=E$ ومنه $(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BE})\equiv\alpha\equiv(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}) \quad [2\pi]$ و بالتالي $(BC)=(BE)$

إذن $(EF)\perp(BC)$

-3 أ- نبين أن النقط $E$ و $F$ و $J$ مستقيمية

لدينا $I$ و $C$ و $A$ مستقيمية و $r(C)=F \quad ; \quad r(A)=E$ و $r(I)=J$

ومنه النقط $J$ و $E$ و $F$ مستقيمية

ب- نبين أن $E$ منتصف $[IJ]$

لدينا $r(I)=J$ و منه $BIJ$ مثلث متساوي الساقين في الرأس $B$

وحيث أن $(IJ)\perp(EB)$ لأن $(IJ)=(EF)$ ومنه $(EB)$ ارتفاع في المثلث $BIJ$

و بالتالي $(EB)$ متوسط للمثلث $BIJ$ إذن $E$ منتصف $[IJ]$

-4 نبين أن $r(K)=C$

$(AB)\cap(IJ)=\{K\}$

لدينا $(\overrightarrow{BK};\overrightarrow{BC})\equiv\alpha\equiv(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BF}) \quad [2\pi]$ ومنه $(BC)$ منصف $(\widehat{KBF})$ وحيث أن $(EF)\perp(BC)$

فان المثلث $KBF$ مثلث متساوي الساقين في الرأس $B$ ومنه $BF=BK$

وحيث أن $r(C)=F$ فان $BC=BF$ و بالتالي $BC=BK$

إذن لدينا $(\overrightarrow{BK};\overrightarrow{BC})\equiv\alpha \quad [2\pi]$ و $BC=BK$ ومنه $r(K)=C$