

تمرين 1:

(1) x و y عددان حقيقيان بحيث $tgx = \frac{1}{2}$ و $tgy = \frac{1}{3}$

احسب $x+y$

(2) a و b عددان حقيقيان بحيث $a > 0$ و $b > 0$

احسب a و b $tga.tgb = 3 - 2\sqrt{2}$ و $a+b = \frac{\pi}{4}$

تمرين 2:

بين أن $\cos \frac{\pi}{5} \cdot \cos \frac{3\pi}{5} = -\frac{1}{4}$

(1) استنتج أن $\cos \frac{\pi}{5} + \cos \frac{3\pi}{5} = \frac{1}{2}$

(2) استنتج $\cos \frac{\pi}{5}$ و $\cos \frac{3\pi}{5}$

تمرين 3:

(1) بين أن $\left(\cos \frac{\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12}\right)^2 = \frac{3}{2}$

وأن $\cos^2 \frac{\pi}{12} - \sin^2 \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(2) أ- استنتج أن $\frac{\cos \frac{\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12}}{\cos \frac{\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12}} = \sqrt{3}$

ب- حدد قيمة $\tan \frac{\pi}{12}$

تمرين 4:

x عدد حقيقي حيث $0 < x < \frac{\pi}{2}$

(1) بين أن $\frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x} = \tan x$

(2) استنتج قيمتي $\tan \frac{\pi}{8}$ و $\tan \frac{\pi}{12}$

تمرين 5:

نعتبر المعادلة $(E): 2 \cos^2 x - \sqrt{3} \sin 2x - 1 = 0$

(1) أ- بين أن $(E) \Leftrightarrow 2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$

ب- استنتج حلول المعادلة (E) على المجال

$$I = \left[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$$

(2) حل في المجال I المتراجحة :

$$2 \cos^2 x - \sqrt{3} \sin 2x - 1 \geq 0$$

التمرين 6 : بين أنه لكل x من \mathbb{R} لدينا:

(1) $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$

(2) $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$

(3) $\cos 4x = \cos^4 x - 6 \cos^2 x \sin^2 x + \sin^4 x$

التمرين 7 :

حل في المجموعة \mathbb{R} ثم في المجال $I =]-\pi; \pi]$ كل من المعادلات التالية :

(1) $\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{5} - 2x\right) + 1 = 0$

(2) $\cos\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$

(3) $\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} + 1$

التمرين 8 :

(1) بين أنه لكل x من \mathbb{R} لدينا :

$$1 - \frac{1}{2}(\sin x - \sqrt{3} \cos x)^2 = \cos\left(2x - \frac{2\pi}{3}\right)$$

(2) حل في \mathbb{R} المعادلة : $(\sin x - \sqrt{3} \cos x)^2 = 2 - \sqrt{2}$

التمرين 9 : حل في المجال I المتراجحات التالية :

(1) $I = \left[-2\pi; \frac{\pi}{2}\right]$ ، $2 \sin x \cos x < -\sqrt{3} \sin x$

(2) $I = [-\pi; 3\pi]$ ، $\frac{\tan x - \sqrt{3}}{\sqrt{2} \cos x - 1} \leq 0$

(3) $4 \sin^2 x - (2 - 2\sqrt{3}) \cos x < 4 - \sqrt{3}$

$I = [-\pi; 2\pi]$

التمرين 10 : α عدد حقيقي حيث

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \text{ و } 0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$$

(1) احسب $\cos 2\alpha$ ثم استنتج قيمة α

(2) احسب $\sin \alpha$

(3) نعتبر التعبير $P(x) = (2 - \sqrt{2}) \cos x + \sqrt{2} \sin x$

a. بين أن $P(x) = 2\sqrt{2 - \sqrt{2}} (\sin \alpha \cos x + \cos \alpha \sin x)$

b. حل في \mathbb{R} المعادلة $P(x) = \sqrt{2 - \sqrt{2}}$ ثم مثل

الحلول على الدائرة المثلثية

c. حل في المجال $[0; \pi]$ المتراجحة $P(x) \geq \sqrt{2 - \sqrt{2}}$

التمرين 11 : لكل x من \mathbb{R} نضع

$$P(x) = \cos 3x + 2 \cos x \sin 2x - 3 \sin x$$

(1) أ- بين أن لكل x من \mathbb{R} لدينا:

$$\cos 3x = \cos x (4 \cos^2 x - 3)$$

ب- استنتج أن $P(x) = (\cos x + \sin x)(4 \cos^2 x - 3)$

(2) أ- حل في \mathbb{R} المعادلة $P(x) = 0$

ب- حل في المجال $[0; \pi]$ المتراجحة $P(x) \leq 0$