تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

تمارين حول الحساب المثلثي

تمرين1

بين أن

$$\cos 3x+\sin 3x=(\cos x-\sin x)(4\cos x\sin x+1)$$

$$\cos^2\frac{5}{2}x-\cos^2\frac{3}{2}x=(-\sin 4x)\sin x$$

$$\sin(x+y)\cdot\sin(x-y)=\sin^2 x-\sin^2 y$$

$$\sin(x+y)\cdot\sin(x-y)=\cos^2 y-\cos^2 x$$

$$\tan x-\tan y=\frac{2\sin(x-y)}{\cos(x+y)+\cos(x-y)}$$

$$\tan^2 x-\tan^2 y=\frac{\sin(x+y)\cdot\sin(x-y)}{\cos^2 x\cos^2 y}$$

تمرين2

نعتبر $(E):\ \sin 3x=-\sin 2x$

1- حل المعادلة (E) في $\mathbb{R}$ ثم في $]-\pi;\pi]$

2- أ- بين أن $\forall x\in\mathbb{R}\quad \sin 3x=(4\cos^2 x-1)\sin x$

ب- استنتج أن $(E)\Leftrightarrow(4\cos^2 x+2\cos x-1)\sin x=0$

3- حدد من بين حلول المعادلة (E) في المجال $]-\pi;\pi]$ التي تحقق $4\cos^2 x+2\cos x-1=0$

4- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $4x^2+2x-1=0$

5- استنتج $\cos\frac{2\pi}{5}$ و $\cos\frac{4\pi}{5}$

تمرين3

نعتبر $p(x)=2\sin^2 x-10\sin x.\cos x+12\cos^2 x$

1- بين أن $\forall x\in\mathbb{R}\quad 2\sin^2 x+12\cos^2 x=5\cos(2x)+7$

2- استنتج أن $\forall x\in\mathbb{R}\quad p(x)=5\sqrt{2}\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+7$

3- حل المعادلة $p(x)=12$ $x\in]-\pi;\pi]$ ومثل حلولها على الدائرة المثلثية

4- حل المتراجحة $p(x)\prec 7$ $x\in\left]-\frac{5\pi}{8};\frac{3\pi}{8}\right]$

تمرين4

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة (E): $\cos x+\cos 3x+\cos 5x+\cos 9x=0$

تمرين5

ليكن a و b عددين حقيقيين بحيث $\cos x+\cos y=a$ و $\sin x+\sin y=b$ و $a^2+b^2=1$

1- بين أن $\cos(x-y)=-\frac{1}{2}$

2- بين أن $\sin(x+y)=2ab$

تمرين6

Talamidi.com تم تحميل هذا الملف من موقع

ليكن a و b من $\left[0;\frac{\pi}{4}\right[$

بين أن $\tan(a+b)\le\frac{\tan 2a+\tan 2b}{2}$

تمرين7

1- حل في $\mathbb{R}$ المعادلات

$\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(3x-\frac{\pi}{6}\right)=0$

$\sin 2x=\tan x$; $\tan x\cdot\tan 4x=-1$

$\cos x+\sin x=1$

$\cos 2x+\cos x-2=0$

$\cos 2x+\sin 2x=1$

2- حل المتراجحتين

$x\in[0;\pi]$ $\sqrt{3}\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)-\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)\succ -1$

$x\in]-\pi;\pi]$ $\cos x+\sin x+\tan x\ge\frac{1}{\cos x}$

تمرين8

1- بين أن $\forall x\in\mathbb{R}$ $\cos 3x=\cos x\left(4\cos^2 x-3\right)$

2- أ) حل في $[0;2\pi[$ المعادلة $\cos 3x=\frac{1}{2}$

ب) بين أن $\cos\frac{\pi}{9}$ و $\cos\frac{7\pi}{9}$ و $\cos\frac{13\pi}{9}$ حلول

للمعادلة $8X^3-6X-1=0$

ج) استنتج قيم $A=\cos\frac{\pi}{9}+\cos\frac{7\pi}{9}+\cos\frac{13\pi}{9}$

$B=\cos\frac{\pi}{9}\cos\frac{7\pi}{9}+\cos\frac{7\pi}{9}\cos\frac{13}{9}+\cos\frac{}{9}\cos\frac{13\pi}{9}$ π

$C=\cos\frac{\pi}{9}\cos\frac{7\pi}{9}\cos\frac{13}{9}$ π

تمرين9

ليكن x و y و z أعداد حقيقية حيث $x+y+z=\pi$

بين أن

أ- $\cos^2 x+\cos^2 y+\cos^2 z-1=-2\cos x\cdot\cos y\cdot\cos z$

ب- $\tan x+\tan y+\tan z=\tan x\cdot\tan y\cdot\tan z$ حيث x و y و z تخالف $\frac{\pi}{2}+k\pi$ $k\in\mathbb{Z}/$

ج- $\frac{\cos x}{\sin y\sin z}+\frac{\cos y}{\sin x\sin z}+\frac{\cos z}{\sin y\sin x}=2$ حيث x و y و z تخالف $k\pi$ $k\in\mathbb{Z}/$

تمرين10

نعتبر $p(x)=\sin x+\sin 2x+\sin 3x$ و $Q(x)=1+\cos x+\cos 2x$

1- بين أن $p(x)=\sin 2x(1+2\cos x)$ و $Q(x)=\cos x(1+2\cos x)$

2- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $p(x)=Q(x)$

3- حل المتراجحة $Q(x)\ge 0$ $x\in[0;\pi]$

تمرين11

Talamidi.com تم تحميل هذا الملف من موقع

1- أ- تحقق أن $\sin x+\sqrt{3}\cos x=2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$

ب- حدد α حيث $\sin x-\cos x=\sqrt{2}\sin(x-\alpha)$

2- نعتبر المعادلة: $(E):\quad \tan x=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$

بين أن $(E)\Leftrightarrow \sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$

3- أ- حل في $[0;2\pi]$ المعادلة (E)

ب- حل في $[0;2\pi]$ المتراجحة $\tan x\prec\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$