

## الحساب المثلثي

### تمرين 1

احسب بدلالة  $\sin x$  و  $\cos x$ :

$$D = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right), \quad C = \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right), \quad B = \cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right), \quad A = \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$$

$$F = \sin(2x) - 3\cos\left(\frac{\pi}{6} + x\right), \quad E = 2\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) + \sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$$

$$H = \cos x + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{4\pi}{3}\right), \quad G = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) - \sin(x)$$

### تمرين 2

$$J = \frac{\sqrt{2}}{2}\sin x + \frac{\sqrt{2}}{2}\cos x, \quad I = \frac{1}{2}\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x \quad : \cos(x+b) \text{ شكل}$$

$$F = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x + \frac{1}{2}\sin x, \quad E = \frac{\sqrt{2}}{2}\sin x - \frac{\sqrt{2}}{2}\cos x \quad : \sin(x+b) \text{ شكل}$$

### تمرين 3

$$H = \cos(7a)\cos(3a) - \sin(7a)\sin(3a), \quad G = \cos(2a)\cos a + \sin(2a)\sin a \quad : \text{بسط ما يلي}$$

$$J = \frac{\sqrt{2}}{2}\cos\left(\frac{a}{2}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\left(\frac{a}{2}\right), \quad I = \frac{1}{2}\sin(3a) + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos(3a)$$

### تمرين 4

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos^2 x - \frac{1}{4} \quad \blacklozenge \quad \text{ليكن } x \in \mathbb{R}, \text{ بين أن:}$$

$$2\sin^2\left(\frac{\pi}{8} + x\right) = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos 2x - \sin 2x) \quad \blacklozenge \quad (\sin x + \sin 5x)^2 + (\cos x + \cos 5x)^2 = 4\cos^2 2x \quad \blacklozenge$$

### تمرين 5

$$-1 \text{ تحقق أن: } \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6}$$

$$-2 \text{ استنتج حساب النسب المثلثية لـ } \frac{\pi}{12}$$

### تمرين 6

$$-1 \text{ بين أن: } \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{8}\right)$$

$$-2 \text{ استنتج قيمة: } \tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$$

**تمرين 7**

ليكن  $a$  و  $b$  عددين حقيقيين بحيث :  $\cos a = \frac{1}{4}$  و  $\sin b = \frac{3}{7}$  ،  $a \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  و  $b \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$  ، احسب  $\sin a$  و  $\cos b$  واستنتج حساب :  $\cos 2a$  و  $\cos 2b$  و  $\sin 2a$  و  $\sin 2b$

**تمرين 8**

بين أن :  $\cos(x+y)\cos(x-y) = \cos^2 x - \sin^2 y$  و  $\sin(x+y)\sin(x-y) = \cos^2 y - \cos^2 x$

**تمرين 9**

اكتب على شكل جداء :  $\cos x + \cos 2x$  ،  $\sin 3x + \sin 5x$  ،  $\cos 3x + \cos 7x$  ،  $\sin x - \sin \frac{x}{2}$

**تمرين 10**

حل في  $IR$  المعادلات التالية :  $\cos x - \sin x = \sqrt{2}$  ،  $\cos x - \sqrt{3} \sin x = 1$  ،  $\sqrt{3} \cos x - \sin x = \sqrt{2}$  ،  $\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2} = -1$  ،  $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$  ،  $\sin x + \cos x = 1$

**تمرين 11**

نعتبر الدالة :  $f(x) = \frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x}$

1- حل في  $IR$  المعادلة  $\cos x - \sin x = 0$

2- حدد  $Df$

3- بين أن :  $\forall x \in Df \quad f(x) = \frac{1 + \sin 2x}{\cos 2x}$

4- حل في  $IR$  المعادلة  $f(x) - \sqrt{3} = 0$

**تمرين 12**

ليكن  $x$  عددا حقيقيا، نعتبر التعبير :  $A(x) = \sqrt{3} \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

1- بين أن :  $A(x) = 2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$

2- حل في المجال  $]-\pi; \pi]$  المعادلة :  $A(x) = 1$

**تمرين 13**

ليكن  $x$  عددا حقيقيا، نعتبر التعبير :  $A(x) = -2 \cos^2(x) + \sqrt{3} \sin(2x) + 2$

1- بين أن :  $A(x) = 4 \sin(x) \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(x) + \frac{1}{2} \sin(x) \right)$

2- حل في  $IR$  المعادلة :  $A(x) = 0$