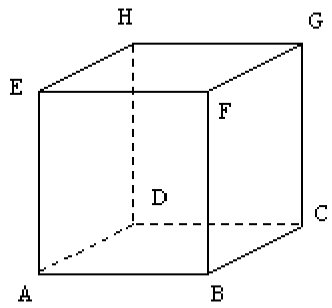
EXERCICES CORRIGES

Exercice n°1.

Un cube ABCDEFGH est représenté ci-contre :

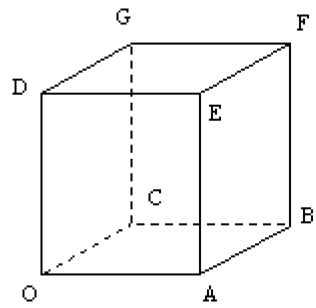


Les quadruplets de points suivants déterminent-ils un repère de l'espace ?
Ce repère est-il orthonormal ?

1) a) (D,A,C,H) b) (D,A,B,H)
c) (D,B,F,H) d) (D,C,H,E)
e) (A,B,C,G) f) (A,B,C,F)
g) (A,B,C,H) h) (A,B,C,E)

Exercice n°2.

Considérons le cube ci-contre , d'arête égale à 1

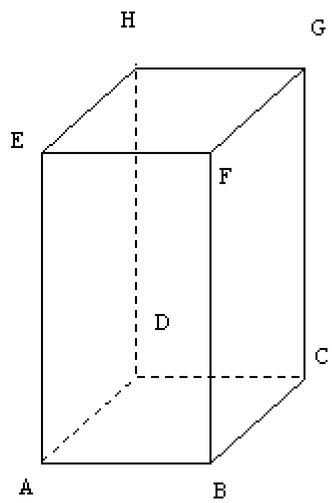


On considère le repère $(O;\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OC};\overrightarrow{OD})$.

1) Donner les coordonnées des sommets du cube.
2) Quelles sont les coordonnées du milieu de [AE]
3) Quelles sont les coordonnées du centre I du carré DEFG ?
4) Quels sont les points de coordonnées respectives $\left(0;0;\frac{1}{2}\right);\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};0\right);\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$?

Exercice n°3.

ABCDEFGH est un pavé droit..



AB=AD=1.
AE=2
I est le milieu de [DH]
Calculez les coordonnées de chacun des huit sommets dans chacun des repères suivants :

1) $(D;\overrightarrow{DA};\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DH})$
2) $(D;\overrightarrow{DA};\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DI})$

Exercice n°4.

On considère un repère orthonormal $(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ};\overrightarrow{OK})$

1) A est le point de coordonnées (1 ;1 ;0).
a) Quelle est la nature du quadrilatère OIAJ ?
b) Calculez OA
2) B est le point de coordonnées (0 ;1 ;1).
c) Quelle est la nature du quadrilatère OJBK ?
d) Calculez OB

Exercice n°5.

Les points A et B ont pour coordonnées respectives (3;5;-2) et (4;-3;1).

1) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
2) Calculer les coordonnées du point I, milieu de [AB].

Exercice n°6.

Dans un repère orthornormé $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$, on considère les points A(2,4,-7) et B (-2,1,-1).

Calculer la norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$

Exercice n°7.

1) Les vecteurs $\vec{u}\left(3;6;12\right)$ et $\vec{v}\left(2;4;8\right)$ sont ils colinéaires ?
2) Quelles sont les coordonnées du vecteur $\vec{u}+\vec{v}$?
3) Quelles sont les coordonnées du vecteur $2\vec{u}-5\vec{v}$?

Exercice n°8.

Soient A(-2 ;1 ;10) ; B(-3 ;1 ;-2) et C le point tel que $\overrightarrow{OC}=5\vec{i}+4\vec{j}-\vec{k}$.

Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{u}=4\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{AB}$.

Exercice n°9.

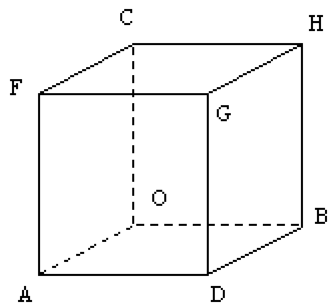
Dans le cube ci-dessous, on considère le repère orthonormal $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ tel que

$\overrightarrow{OA}=10\vec{i}$, $\overrightarrow{OB}=10\vec{j}$ et $\overrightarrow{OC}=10\vec{k}$

Déterminer les coordonnées des points E,F,G,H,L et K définis vectoriellement par

$\overrightarrow{OE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{5}\overrightarrow{OB}-\frac{3}{10}\overrightarrow{OC}$

$\overrightarrow{OK}=\frac{6}{5}\overrightarrow{OG}+\frac{1}{5}\overrightarrow{OE}$ et $\overrightarrow{AL}=\frac{2}{5}\overrightarrow{DB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{OF}$



Exercice n°10.

Dans le repère $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$, on considère les points : A(3;0;0) B(0;5;0) et C(0;0;4). Calculez les coordonnées du point G centre de gravité du triangle ABC.

Exercice n°11.

Dans un repère orthonormal $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$, on considère les points A(2;1;3) B(4;-1;5) et C(4;2;-7)

1) Montrez que les points A,B et C ne sont pas alignés.
2) Calculez les coordonnées des points :

a) D tel que $2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$
b) E est le milieu de [BC]
c) F est le centre de gravité du triangle ABC.
d) G vérifie $3\overrightarrow{GA}-2\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{CG}$

Exercice n°12.

Soient A(-1 ;-2 ;-3) , B(1 ;1 ;1) et C(3 ;4 ;5). Montrer que les points A,B et C sont alignés.

Exercice n°13.

Soient A(2 ;1 ;5), $B\left(\frac{1}{2};0;\frac{1}{2}\right)$ et C(0 ;-5 ;3). Déterminer les coordonnées du point D pour que $\left(ABCD\right)$ soit un parallélogramme.

Exercice n°14.

Soient $A\left(1;3;\frac{1}{2}\right)$. B(-1 ;4 ;1), C(2 ;3 ;0) et D(1 ;4 ;0). Montrer que les points A,B,C et D sont coplanaires.

Exercice n°15.

Le plan P a pour équation : $x+3y-z+7=0$

1) Donner un vecteur normal à P
2) a) Donner les coordonnées d'un point M de P.

b) Le point L(1;-1;2) appartient-il au plan P ?

c) Déterminer le réel z pour que le point N(2;5;z) appartienne au plan P.

Exercice n°16.

Le plan P a pour équation : $2x+y+z=6$

1) Donner un vecteur normal à P
2) a) Déterminer les coordonnées du point A, intersection du plan P avec l'axe des abscisses *(Ox)*.

b) Déterminer les coordonnées des points B et C, intersections respectives du plan P avec les axes *(Oy)* et *(Oz)*.

3) Dans un repère de l'espace, placer les points A,B et C. Tracer les droites (AB), (AC) et (BC), traces du plan P sur les plans de coordonnées

Exercice n°17.

Dans un repère $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$, on considère les points A(-3;4;6) B(2;3;1) C(1;3;3) et D(6;2;-2)

1) Calculez les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CD}$
2) a) Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont ils colinéaires ?

b) Justifiez que les droites (AB) et (CD) sont parallèles

3) On considère l'équation (E) $2x+5y+z=20$ et le point F(1;1;1)
a) Vérifiez que les coordonnées des points A,B,C et D vérifient cette équation.
b) Déterminez les coordonnées de S tels que A,B et S soient alignés et $x_S=7$
c) Déterminez les coordonnées du point P vérifiant l'équation (E) et tel que O,F et P soient alignés.

Exercice n°18.
Déterminer un vecteur normal $\vec{n}$ pour chacun des plans suivants :
$P_1 : -x+y+2z-1=0$ $P_2 : 3x-y=0$ $P_3 : 2y-1=0$ $P_4 : 2x-z+3=0$

Exercice n°19.
Déterminer une équation du plan P passant par le point A et de vecteur normal $\vec{n}$
1) A(2;-3;5) et $\vec{n}(3;2;1)$ 2) A(4;-2;1) et $\vec{n}(5;3;2)$ 3) A(1;1;0) et $\vec{n}(0;2;1)$

Exercice n°20.
On considère le plan P d'équation : $2x-3y+6z-18=0$
1) Donner un vecteur normal $\vec{n}$ au plan P
2) Déterminer une équation du plan P' parallèle au plan P passant par le point B(6;-4;-4).

Exercice n°21.
On considère les plans P et P' de l'exercice précédent.
Déterminer le point A du plan P tel que $\overrightarrow{AB}$ et $\vec{n}$ soient colinéaires.
En déduire la distance entre les plans parallèles P et P'.

Exercice n°22.
Dans chacun des cas suivants, préciser si les plans P et P' sont parallèles :
a) P d'équation $2x+y-z=5$ et P' d'équation $-x+\frac{1}{2}y-\frac{1}{2}z=7$
b) P d'équation $x+3y-5z=4$ et P' d'équation $-3x-9y+15z=-6$
c) P d'équation $x+3y-2z=8$ et P' d'équation $-4x-12y+8z=-32$

Exercice n°23.
On considère les points A(2;1;1) , B(3;0;2) et C(0;2;1).
On cherche à déterminer une équation du plan (ABC) de la forme $ax+by+cz=d$, par deux méthodes différentes.
1) a) Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$. Vérifiez que les points A,B et C définissent un plan (ABC).
b) Déterminer un vecteur normal $\vec{n}(a;b;c)$ au plan (ABC). (on pourra écrire que $\overrightarrow{AB}\cdot\vec{n}=0$ *et* $\overrightarrow{AC}\cdot\vec{n}=0$, et choisir a=1)
c) En déduire une équation du plan (ABC)
2) En écrivant que chacun des points A,B et C appartient au plan (ABC), déterminer une équation de ce plan (On sera amené à choisir une valeur pour l'un des nombres *a, b, c* ou *d*.)

Exercice n°24.
Soient les deux plans P et P' d'équations respectives dans un repère orthonormal $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$
Pour P : (cos t) x + (sin t) $y-z=0$
Pour P' : (cos t) x + (sin t) $y+z=0$
où t représente un paramètre réel.
1) P et P' sont-ils perpendiculaires? Justifier.
2) Pour quelles valeurs de t l'axe Ox est-il parallèle à P ?
3) Donner un vecteur directeur de la droite intersection des deux plans.
4) Calculer la distance de A(cos t, sin t, -3) au plan P.