

EXERCICE 1

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 2x + 3}$; soit (C) la courbe de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

- 1) étudier les branches infinies de la courbe (C)
- 2) étudier la position de (C) par rapport à la droite (D) : $y = 1$
- 3) a) montrer que $(\forall x \in \mathbb{R}) f'(x) = \frac{4(-x^2 + 3x)}{(x^2 - 2x + 3)^2}$
b) dresser le tableau de variations de f
- 4) tracer la courbe (C)

EXERCICE 2

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^2 - 1}$

et soit (C) la courbe de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

- 1) déterminer D le domaine de définition de f et montrer que f est une fonction impaire
- 2) calculer les limites $\lim_{\substack{x \rightarrow +\infty \\ x > 1}} f(x)$, $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x)$ et $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x)$
- 3) a) vérifier que $(\forall x \in D) f(x) = x - \frac{3x}{x^2 - 1}$
b) en déduire l'équation de l'asymptote oblique à la courbe (C) en $+\infty$
c) étudier la position relatif de (C) et la droite (Δ) $y = x$
- 4) a) montrer que $(\forall x \in D) f'(x) = 1 + \frac{3(x^2 + 1)}{(x^2 - 1)^2}$
b) étudier les variations de f puis donner le tableau de variations
- 5) a) prouver que $(\forall x \in D) f''(x) = \frac{-6x(x^2 + 3)}{(x^2 - 1)^3}$
b) étudier la concavité de la courbe (C)
- 6) tracer la courbe (C)
- 7) soit m un paramètre réel.
déterminer graphiquement suivant m le nombre de solutions de l'équation $x^2(x - m) = 4x - m$