

Exercice 1

Soit $(U_n)_n$ la suite définie par $U_1 = 1$; $U_{n+1} = \frac{3U_n}{2(3 - U_n)}$

et on pose $V_n = \frac{U_n}{2U_n - 3}$

1pt

1) montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}^*) 0 < U_n < \frac{3}{2}$

1pt

2) montrer que la suite $(U_n)_n$ est décroissante

1 pt

3) a) montrer que $(V_n)_n$ est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$

1 pt

b) montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}^*) U_n = \frac{3}{2 + 2^{n-1}}$

1 pt

4) a) montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}^*) U_{n+1} \leq \frac{3}{4} U_n$

1 pt

b) en déduire que $(\forall n \in \mathbb{N}^*) U_n \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n$

Exercice 2

Soit ABC un triangle .

On considère les points J et G tels que $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et G le

barycentre

des points $(B,1) ; (J,2)$

1 pt

1) montrer que J est barycentre des points pondérés $(A,1) ; (C,2)$

1 pt

2) prouver que G est le barycentre des points $(A,2) ; (B,3) ; (C,4)$

3) soit K un point tel que B est barycentre de $(A,2) ; (K,-5)$

1 pt

a) montrer que K est le barycentre des points $(A,2) ; (B,3)$

1 pt

b) en déduire que les droites (BJ) et (CK) se coupent en G