

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES
FONCTIONS TRIGONOMETRIQUES

1

Exercice 1 (1 point)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \sin(2x + \pi)$
Exprimer $f(x)$ en fonction de $\sin x$ et de $\cos x$

Exercice 2 (1,5 point)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \cos x \sin 2x - 2 \sin x$
Donner la forme factorisée de la dérivée f' de f sur \mathbb{R}

Exercice 3 (2 points)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2 \sin^2 x + 4 \sin x + 2$
Résoudre l'équation $f(x) = 0$ sur \mathbb{R}

Exercice 4 (8,5 points)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3 \cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$

- 1) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $-3 \leq f(x) \leq 3$
- 2) Déterminer la parité de la fonction f
- 3) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x + \pi) = f(x)$. En déduire que f est périodique et préciser sa période.
- 4) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = -6 \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$
- 5) a) Montrer que si $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$, $2x + \frac{\pi}{2} \in [0; \pi]$. En déduire le signe de f' sur $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$
b) Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$
c) Dresser le tableau de variations de f sur $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$
- 6) Donner l'équation de la tangente en f au point d'abscisse $\frac{\pi}{4}$