

Evaluation N°1
Premier semestre
Mathématiques

Niveau : 1 bac x
International
Durée : 2h
Date : 16/10/2017

Exercice1 : (10 points)

1) Déterminer la valeur de vérité des propositions suivantes :

$$P : \left(\frac{25}{9} = \frac{5}{3} \text{ ou } ".3.\text{divise}.213." \right) ; \quad Q : \left(-\frac{5}{2} < -\frac{1}{2} \text{ et } |-4| = -4 \right) \quad (1)$$

$$R : \left(\exists n \in \mathbb{Z} \quad n^2 - 1 = 0 \right) ; \quad S : \left(\forall n \in \mathbb{N} \quad \frac{n+3}{5} \in \mathbb{N} \right) \quad (1,5)$$

2) On considère la proposition suivante :

$$T : " (\forall x \in \mathbb{R}) \quad 3x^2 - 4x + 2 \leq 0 "$$

a - Donner la négation de T . (0,5)

b - Déterminer la valeur de vérité de la proposition T . (0,5)

3) On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \sqrt{x^2 + 3} - 2$, et la proposition

$$P : " \forall (a,b) \in \mathbb{R}^2 \quad f(a) = f(b) \Rightarrow a = b "$$

a - Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = 0$. (0,75)

b - Donner la négation de P . (0,75)

c - Dédire que P est fausse . (0,5)

4) En utilisant le raisonnement par la contraposée montrer que :

$$\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2 : \left(x \neq y \text{ et } x.y \neq 1 \right) \Rightarrow \left(\frac{x}{x^2 + x + 1} \neq \frac{y}{y^2 + y + 1} \right) \quad (1,5)$$

5) En utilisant le raisonnement par équivalences successives montrer que :

$$(\forall x \in \mathbb{R}^+) : \frac{x + \sqrt{x+3}}{\sqrt{x+1}} \leq \sqrt{x+3} \quad (1,5)$$

6) En utilisant le raisonnement par récurrence montrer que :

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \quad 1 + 7^1 + 7^2 + \dots + 7^n = \frac{7^{n+1} - 1}{6} \quad (1,5)$$

Exercice2 : (4 points)

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 6}{x^2 - 4x + 8}$

1) Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad x^2 - 4x + 8 > 0$, et déduire D_f le domaine de définition de f . (1,5)

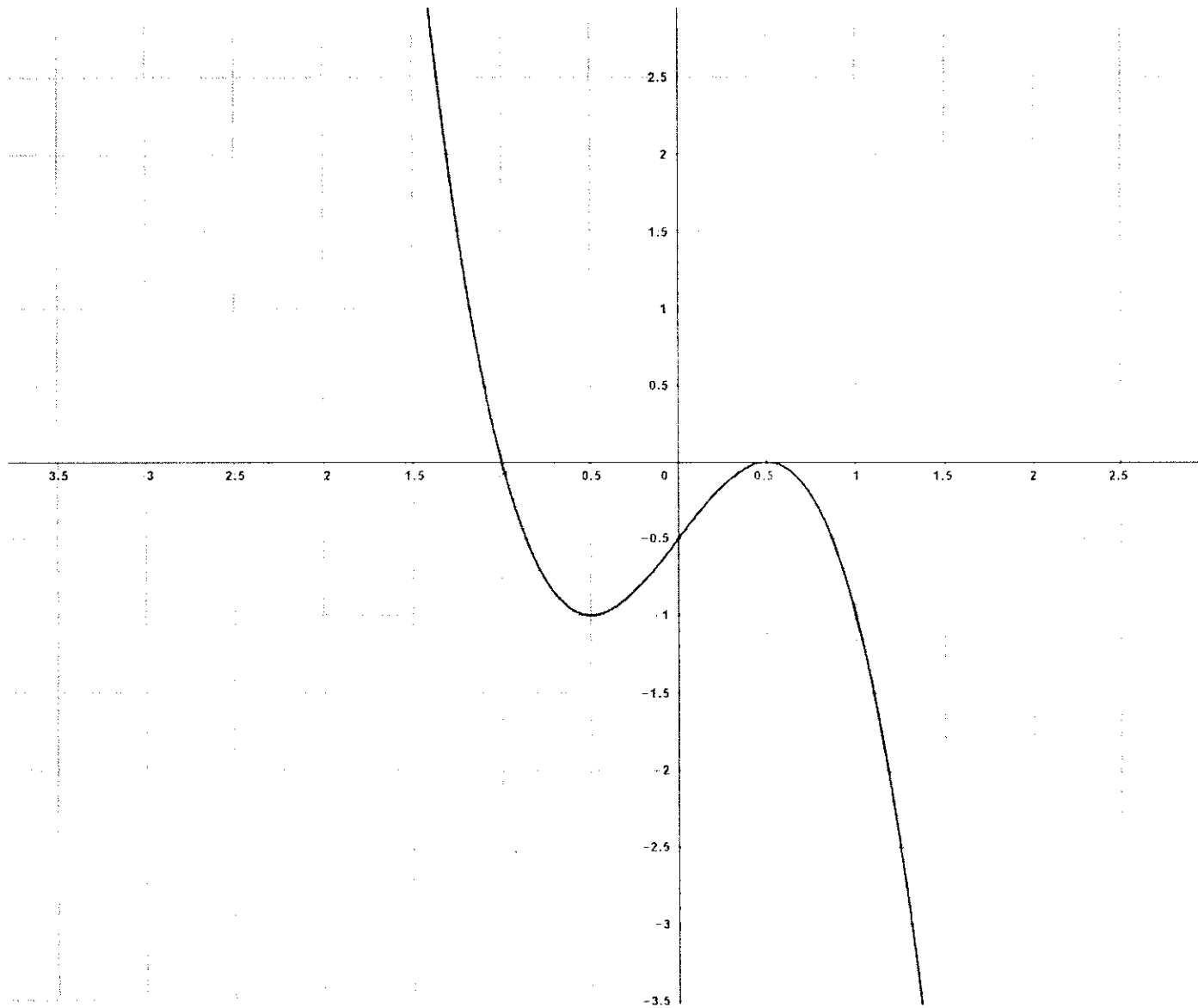
2) Montrer que $f(2) = \frac{1}{2}$ est une valeur minimale de la fonction f sur \mathbb{R} . (1)

3) a - Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad f(x) \leq 1$. (0,75)

b - Est ce que $\frac{1}{2}$ est une valeur maximale de f sur \mathbb{R} ? (0,75)

Exercice3 : (5points)

On considère la fonction numérique f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = -2x^3 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$
 dont la courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ est la suivante :



- 1) Donner le tableau de variations de f . (0,75)
- 2) Déterminer graphiquement le signe $f(x)$ de sur \mathbb{R} . (0,75)
- 3) Résoudre graphiquement dans \mathbb{R} l'équation $-2x^3 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} = 0$. (1)
- 4) Montrer ^{graphiquement} que : $\left(\forall x \in \left] -\infty; \frac{1}{2} \right] \right) : f(x) \geq -1$ (1)
- 5) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $-2x^3 + \frac{3}{2}x - 1 = 0$. (1)
- 6) Résoudre graphiquement dans \mathbb{R} l'inéquation $f(x) \leq -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$. (1,5)