Anisse Groupe scolaire

Contrôle continu n° 3

Année scolaire : 2015 / 2016

Niveau : 1^{er} Bac Eco

Durée : 2 h

Exercice n° 1 : (2 points)

Déterminer la valeur du réel x pour que les nombres $x-2$, $3x+1$ et $2x+5$, dans cet ordre, soient les termes consécutifs d'une suite arithmétique.

Exercice n° 2 : (9 points)

On considère la suite numérique $(u_n)_n$ définie par : $\begin{cases} u_0 = 8 \\ u_{n+1} = \dfrac{5u_n - 4}{u_n + 1} \end{cases}$; $\forall n \in \mathbb{N}$

1) a) Calculer u_1 et u_2 . Vérifier que : $\forall n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} - 2 = \dfrac{3(u_n - 2)}{u_n + 1}$. $(1+1)$

b) Montrer ; par récurrence ; que : $\forall n \in \mathbb{N}$: $u_n \neq 2$. (1)

2) Pour tout entier naturel n , on pose : $v_n = \dfrac{u_n}{u_n - 2}$.

a) Vérifier que : $\forall n \in \mathbb{N}$: $v_{n+1} = \dfrac{5u_n - 4}{3(u_n - 2)}$. (1)

b) Montrer que $(v_n)_n$ est une suite arithmétique de raison $r = 2/3$ et calculer v_0 . $(1+0,5)$

c) Calculer , en fonction n , v_n puis déduire que $\forall n \in \mathbb{N}$: $u_n = \dfrac{4n+8}{2n+1}$. $(1+1)$

3) a) Vérifier que $\forall n \in \mathbb{N}$: $v_n = \dfrac{2}{u_n - 2} + 1$. $(0,5)$

b) Calculer la somme $S = \dfrac{2}{u_0 - 2} + \dfrac{2}{u_1 - 2} + \dfrac{2}{u_2 - 2} + \dots + \dfrac{2}{u_{19} - 2}$. (1)

Exercice n° 3 : (9 points)

On considère la suite numérique $(u_n)_n$ définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{5} u_n + 2 \end{cases}$; $\forall n \in \mathbb{N}$

1) a) Calculer u_1 et u_2 . (1)

b) Montrer ; par récurrence ; que : $\forall n \in \mathbb{N}$: $u_n < \dfrac{5}{2}$. $(1,5)$

c) Vérifier que $\forall n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = \dfrac{4}{5}\left(\dfrac{5}{2} - u_n\right)$. $(0,5)$

d) Déduire que la suite $(u_n)_n$ est strictement croissante. (1)

2) Pour tout entier naturel n , on pose : $v_n = u_n - \dfrac{5}{2}$.

a) Montrer que $(v_n)_n$ est une suite géomètre de raison $q = \dfrac{1}{5}$ et calculer v_0. $(1+0,5)$

b) Calculer, en fonction n , v_n puis déduire que $\forall n \in \mathbb{N}$: $u_n = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{5^{n+1} - 3}{5^n}\right)$. $(1+1)$

3) Pour tout entier naturel n non nul, on pose : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1}$.

Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$: $S_n = \dfrac{-15}{8}\left(1 - \dfrac{1}{5^n}\right) + \dfrac{5}{2} n$. $(1,5)$