Evaluation N°3
Premier semèstre
Mathématiques

Niveau :1bac eco
Durée : 2H
Date : 28 / 12 / 2018

Exercice1 : On considère les deux fonctions suivantes : $f(x)=\dfrac{x+2}{x-2}$ et $g(x)=\sqrt{x+3}$

1.5 1. Déterminer D_f et D_g respectivement les domaines de définition des fonctions f et g

1 2. Déduire $D_{f\circ g}$ domaine de définition de la fonction composée fog.

1 3. Montrer que $\forall x \in D_{f\circ g}$ $\quad f\circ g(x)=\dfrac{x+7+4\sqrt{x+3}}{x-1}$

Exercice2 : On considère la suite numérique $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} U_0=6 \\ U_{n+1}=\dfrac{1}{4}U_n+3 \end{cases}$; $n\in\mathbb{N}$

1 1. Montrer par récurrence que $(\forall n\in\mathbb{N})\, U_n \succ 4$

1 2. a- vérifier que $(\forall n\in\mathbb{N}) : U_{n+1}-U_n=\dfrac{3}{4}(4-U_n)$

1 b-Etudier la monotonie de la suite $(U_n)_n$

1 c- Déduire que $(\forall n\in\mathbb{N})\; 4\prec U_n\leq 6$

3. On pose : $(\forall n\in\mathbb{N})\quad V_n=U_n-4$

1 a- Montrer que $(V_n)_n$ est une suite géométrique de raison $q=\dfrac{1}{4}$

1.5 b- Calculer V_0 puis écrire V_n en fonction de n

1 c- Montrer que $\forall n\in\mathbb{N}\quad U_n=\dfrac{4^{n+1}+2}{4^n}$

1 d- Montrer que : $V_0+V_1+V_2+\ldots.+V_{n-1}=\dfrac{8}{3}\left(1-\dfrac{1}{4^n}\right)$

Exercice3 : On considère la suite numérique $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} U_0=0 \\ U_{n+1}=\dfrac{4}{4-U_n};n\in\mathbb{N} \end{cases}$

1 1. Calculer U_0 et U_1

1 2. Montrer par récurrence que $(\forall n\in\mathbb{N})$: $U_n\prec 2$

1 3. a- vérifier que $(\forall n\in\mathbb{N})$: $U_{n+1}-U_n=\dfrac{(U_n-2)^2}{4-U_n}$

1 b-Etudier la monotonie de la suite $(U_n)_n$

1 c- Déduire que $\forall n\in\mathbb{N}\quad 0\leq U_n\prec 2$

4. On pose : $(\forall n\in\mathbb{N})\quad V_n=\dfrac{1}{U_n-2}$

1 a- Montrer que $(V_n)_n$ est une suite arithmétique de raison $r=\dfrac{-1}{2}$

1.5 b- Calculer V_0 puis écrire V_n en fonction de n

1 c- Montrer que $(\forall n\in\mathbb{N})\quad U_n=\dfrac{2n}{n+1}$

0.5 d-Montrer que $V_0+V_1+V_2+\ldots..V_{n-1}=\dfrac{-n}{4}(n+2)$