التمرين الأول

1 - حل في IR المعادلة : $x^2+4x-5=0$

2 - حل في IR المتراجحة : $(x-2)(x^2+4x-5)\geq 0$

3 - حل في IR^2 النظمة : $\begin{cases}2x-3y=7\\3x+4y=3\end{cases}$

الجـــــواب :

1 - لنحل في IR المعادلة : $x^2+4x-5=0$

لنحدد مميز المعادلة : $\Delta=b^2-4ac=4^2-4\times1\times(-5)=16+20$

$$\Delta=36>0$$

إذن للمعادلة حلين مختلفين في IR هما :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-4-\sqrt{36}}{2\times1}=\frac{-4-6}{2}=\frac{-10}{2}=-5$$

$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-4+\sqrt{36}}{2\times1}=\frac{-4+6}{2}=\frac{2}{2}=1$$

و بالتالي : $S=\{-5;1\}$

2 - لنحل في IR المتراجحة : $(x-2)(x^2+4x-5)\geq 0$

ندرس إشارة $(x-2)(x^2+4x-5)$

إشارة الجداء $(x-2)(x^2+4x-5)$

من جوابنا على السؤال السابق جذور الحدودية x^2+4x-5 هي : 1 و -5

جذر الحدودية $x-2$ هو 2

جدول الإشارة إذن :

x	$-\infty$	-5		1		2	$+\infty$
x^2+4x-5	+	0	-	0	+		+
$x-2$	-		-		-	0	+
$(x-2)(x^2+4x-5)$	-	0	+	0	-	0	+

مجموعة الحلول هي : $S=[-5;1]\cup[2;+\infty[$

3 - لنحل في IR^2 النظمة : $\begin{cases}2x-3y=7\\3x+4y=3\end{cases}$

نحدد محددة النظمة : $D=\begin{vmatrix}2 & -3\\3 & 4\end{vmatrix}=2\times4-(-3)\times3=8+9=17\neq0$

وبالتالي فإن للنظمة حل وحيد في IR^2 هو الزوج (x,y) حيث :

$$D_x=\begin{vmatrix}7 & -3\\3 & 4\end{vmatrix}=7\times4-(-3)\times3=28+9=37$$

$$D_y=\begin{vmatrix}2 & 7\\3 & 3\end{vmatrix}=2\times3-7\times3=6-21=-15$$

إذن : $x=\frac{D_x}{D}=\frac{37}{17}$ و $y=\frac{D_y}{D}=\frac{-15}{17}$

$$S=\left\{\left(\frac{37}{17},\frac{-15}{17}\right)\right\}$$

التمرين الثاني

ثمن قميص في متجر هو 160 درهما. احسب ثمن هذا القميص بعد تخفيض نسبته: 25%

الجواب :

ثمن هذا القميص بعد تخفيض نسبته: 25% هو:

$$160\times\left(1-\frac{25}{100}\right)=160\times\left(\frac{100-25}{100}\right)=\frac{160\times75}{100}=120\text{ DH}$$

التمرين الثالث

I - لتكن $(U_n)_{n\in IN}$ متتالية حسابية حيث حدها الأول $U_0=3$ وأساسها $r=5$

1 - احسب : U_1 و U_{20}

2 - احسب المجموع : $S=U_0+U_1+\cdots+U_{20}$

II - لتكن $(V_n)_{n\in IN}$ متتالية هندسية حيث $V_0=1$ و $V_2=4$ أساسها q سالب

1 - بين أن : $q=-2$

2 -عبر عن V_n بدلالة n

الجـــواب:

I -

1 - لنحسب : U_1 و U_{20}

لنحسب : U_1 : $U_1 = U_0 + r = 3 + 5 = 8$

لنحسب : U_2 : $U_{20} = U_0 + r \times 20 = 3 + 5 \times 20 = 103$

2 - لنحسب المجموع : $S = U_0 + U_1 + \cdots + U_{20}$

نلاحظ أن S هو مجموع حدود متتابعة لمتتالية حسابية إذن : $S = (n - p + 1) \times \frac{U_p + U_n}{2}$

$$S = (20 - 0 + 1) \times \frac{U_0 + U_{20}}{2} = 21 \times \frac{3+103}{2} = 21 \times \frac{106}{2} = 21 \times 53 = 1113$$

II -

1 - لنبين أن : $q = -2$

لدينا : $(V_n)_{n\in IN}$ متتالية هندسية و $V_0 = 1$ و $V_2 = 4$

إذن : $V_n = q^n V_0$ و هذا يعني أن : $V_2 = q^2 V_0$

و بالتالي $q^2 = \frac{V_2}{V_0}$ و هذا يعني أن : $q = \sqrt{\frac{V_2}{V_0}}$ أو $q = -\sqrt{\frac{V_2}{V_0}}$

وبما أن $(V_n)_{n\in IN}$ متتالية هندسية أساسها q سالب فإن : $q = -\sqrt{\frac{V_2}{V_0}}$

و بالتالي : $q = -\sqrt{\frac{V_2}{V_0}} = -\sqrt{\frac{4}{1}} = -\sqrt{4} = -2$

2 - لنعبر عن V_n بدلالة n

الحد العام لمتتالية هندسية يكتب على شكل : $V_n = V_p \times q^{(n-p)}$

p هو مدل الحد الأول يعني $p = 0$

$$V_n = V_0 \times q^{(n-0)}$$

$$V_n = 1 \times 2^n = 2^n$$

التمرين الرابـــع

يحتوي كيس على عشرة (10) أقراص : ستة (6) حمراء و أربعة (4)خضراء.

نسحب عشوائيا بالتتابع و بدون إحلال قرصين من الكيس.

1 - احسب عدد السحبات الممكنة

2 - احسب عدد السحبات التي يكون فيها القرصان من نفس اللون

الجـــواب:

1 - لنحسب عدد السحبات الممكنة

نسحب عشوائيا بالتتابع و بدون إحلال قرصين من كيس يحتوي على عشرة (10) أقراص

عدد السحبات الممكنة هو : $A_{10}^{2} = 10 \times 9 = 90$

2 - لنحسب عدد السحبات التي يكون فيها القرصان من نفس اللون

لسحب القرصان من نفس اللون يجب سحبهما من بين ستة أقراص حمراء أو من بين أربعة أقراص خضراء إذن فعدد السحبات التي يكون فيها القرصان من نفس اللون هي ترتيبة لعنصرين من بين ستة عناصر أو عنصرين من بين أربعة عناصر

أي : $A_{6}^{2} + A_{4}^{2} = 6 \times 5 + 4 \times 3 = 30 + 12 = 42$

التمرين الخامس

نعتبر f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x) = x^3 + 3x^2$

(C_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$

1 - احسب : $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

2 - احسب : $f(-3)$ و $f(-2)$ و $f(0)$

3 - أ- بين أن : $f'(x) = 3x(x+2)$ لكل x من IR

ب - ضع جدول تغيرات الدالة f

4 - أنشئ المنحنى (C_f)

5 - حل مبيانيا المتراجحة : $f(x) \geq 0$

الجـــواب:

1 - لنحسب : $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

لدينا : $\lim_{x \longrightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \longrightarrow +\infty} x^3 = +\infty$

لدينا : $\lim_{x \longrightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \longrightarrow -\infty} x^3 = -\infty$

2 - لنحسب: $f(-3)$ و $f(-2)$ و $f(0)$

$$f(-3) = (-3)^3 + 3 \times (-3)^2 = -27 + 27 = 0$$
$$f(-2) = (-2)^3 + 3 \times (-2)^2 = -8 + 12 = 4$$
$$f(0) = (0)^3 + 3 \times (0)^2 = 0$$

3 - أ- لدينا : $f(x) = x^3 + 3x^2$ لكل x من IR

اذن : $f'(x) = 3x^2 + 3 \times 2x = 3x^2 + 6x = 3x \times x + 3x \times 2$ لكل x من IR

وبالتالي : $f'(x) = 3x(x+2)$ من IR

ب- لدينا : $f'(x) = 3x(x+2)$

$f'(x) = 0$ تكافئ : $3x(x+2) = 0$

إذن : $3x = 0$ أو $(x+2) = 0$

يعني أن : $x = 0$ أو $x = -2$

جدول إشارة الدالة f'

	$-\infty$	-2		0	$+\infty$
$3x$	-		-	0	+
$x+2$	-	0	+		+
$f'(x)$	+	0	-	0	+

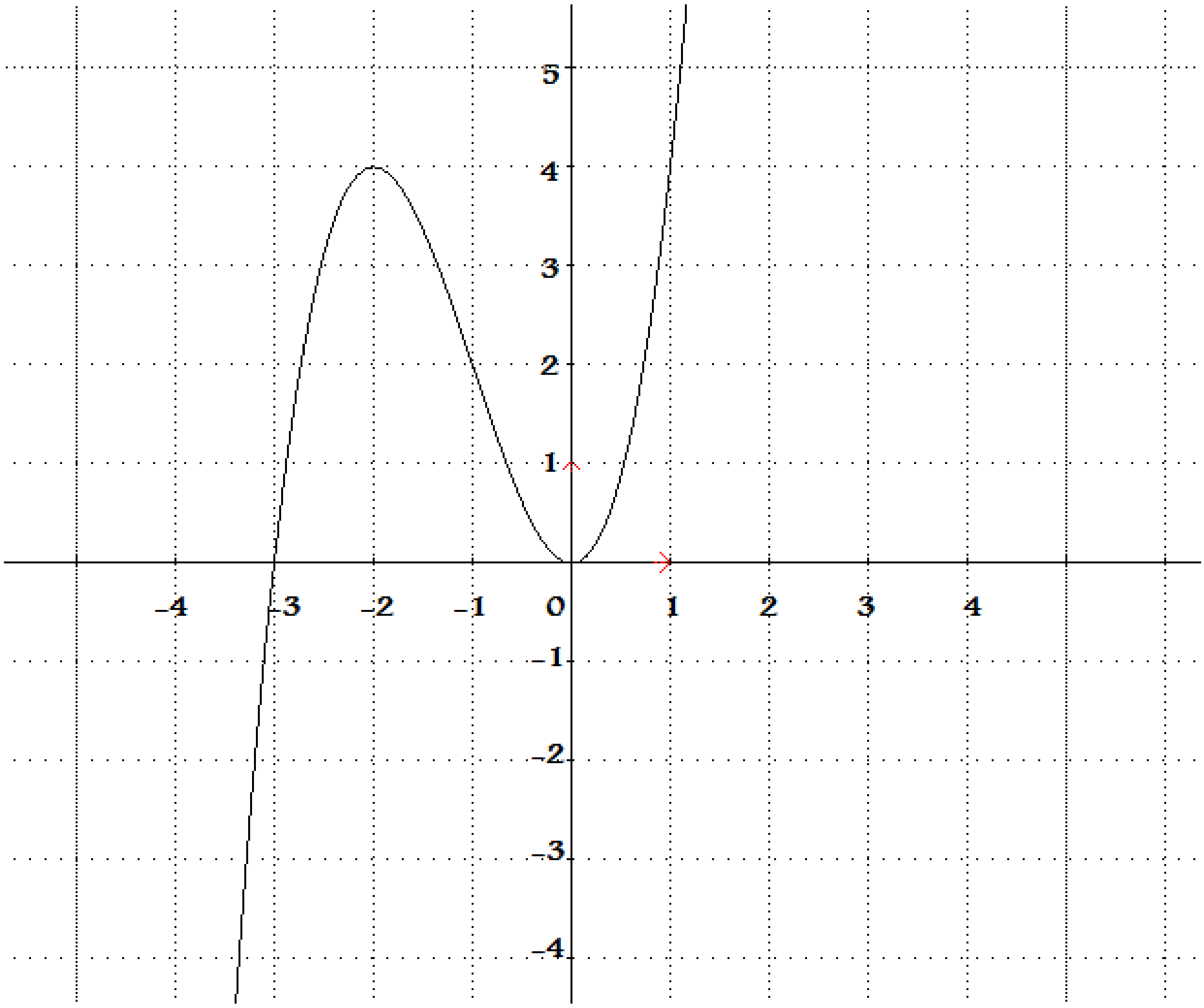
جدول تغيرات الدالة f'

x	$-\infty$	-2		0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f'(x)$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$
		-			

4 - جدول بعض قيم الدالة f

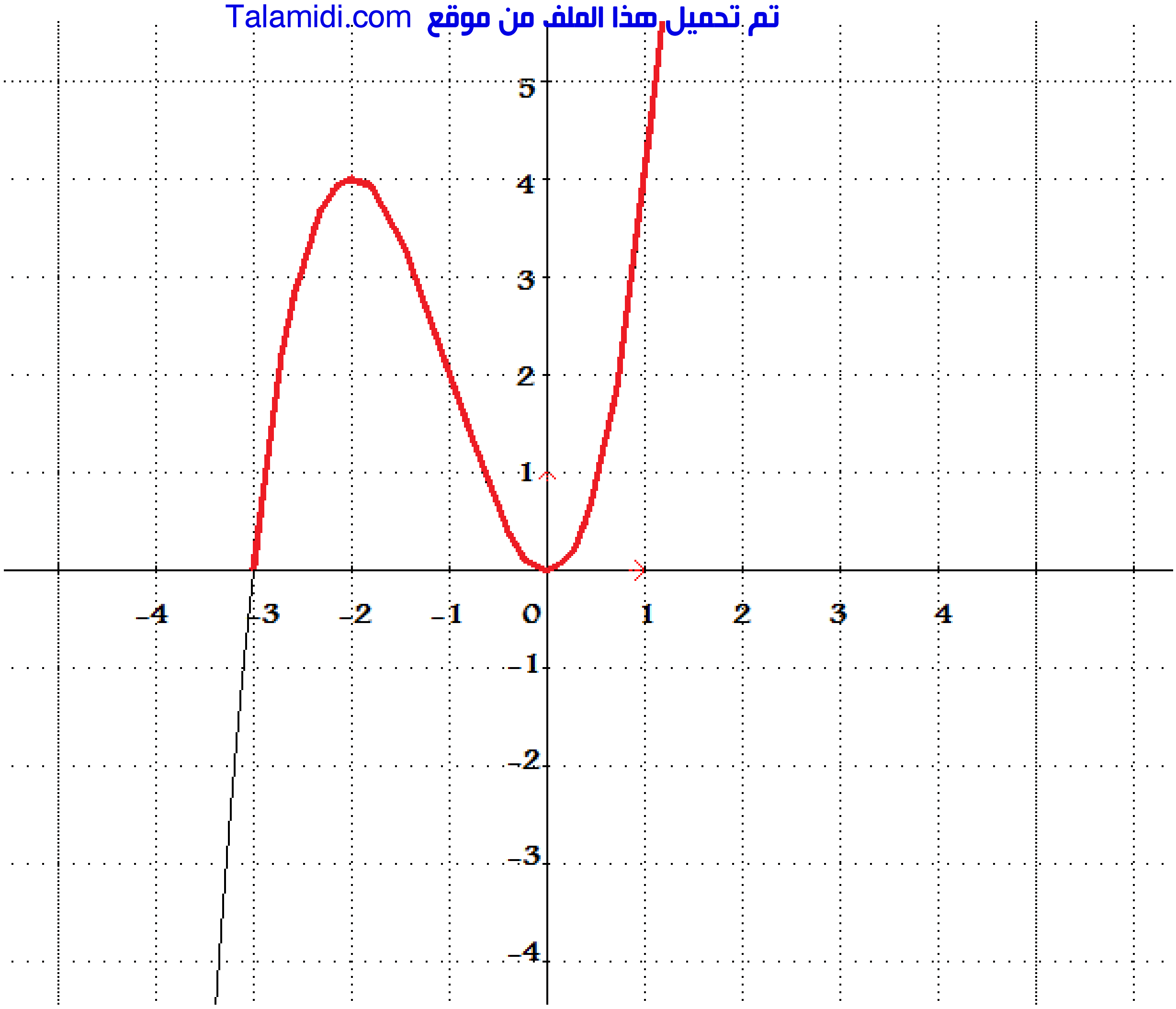
المنحنى (C_f)

x	-1	$-1/2$	$1/2$	1
$f(x)$	2	$5/8$	$7/8$	4



5 - لنحل مبيانيا المتراجحة: $f(x) \geq 0$

حلول المتراجحة : $f(x) \geq 0$ هي أفاصيل نقط المنحنى (C_f) التي بالنسبة إليها يوجد المنحنى (C_f) فوق محور الأفاصيل (النقط الملونة باللون الأحـــمر)



نلاحظ انطلاقا من المنحنى أن افاصيل النقط الملونة بالأحمر كلها أكبر أو تساوي 3- أي أنها تنتمي إلى المجال :
$[-3;+\infty[$

وبالتالي :
$$S=[-3;+\infty[$$

من إنجاز : ذ فؤاد نفيس