

تمارين تطبيقية مصاحبة للدرس 6 مع حلولها

تمرين 2

أحسب النهايات التالية :

$$\textcircled{1} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1}$$

$$\textcircled{2} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2-4}{x+2}$$

$$\textcircled{3} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-6x+9}{x-3}$$

$$\textcircled{4} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2+2x-1}{x^2-1}$$

تمرين 1

أحسب النهايات التالية :

$$\textcircled{1} \lim_{x \rightarrow (-1)} (4x^3 - 2x + 5)$$

$$\textcircled{2} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-8}{x+3}$$

$$\textcircled{3} \lim_{x \rightarrow \infty} (4x^3 - 5x^2 + x + 13)$$

$$\textcircled{4} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8x-x^3}{x+1}$$

$$\textcircled{5} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+3}{x^2+5}$$

$$\textcircled{6} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{13x^3-x}{-x^3+7}$$

حل التمرين 2

لنحسب النهايات التالية :

$$\textcircled{1} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} \\ = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{2} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2-4}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x-2)}{x+2} \\ = \lim_{x \rightarrow -2} (x-2) = -2-2 \\ = -4$$

$$\textcircled{3} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-6x+9}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)^2}{x-3} \\ = \lim_{x \rightarrow 3} (x-3) \\ = 3-3 \\ = 0$$

$$\textcircled{4} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2+2x-1}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(3x-1)}{x+1} \\ = \lim_{x \rightarrow -1} (3x-1) \\ = 3(-1)-1 \\ = -4$$

حل التمرين 1

لنحسب النهايات التالية :

$$\textcircled{1} \lim_{x \rightarrow (-1)} (4x^3 - 2x + 5) = 4(-1)^3 - 2(-1) + 5 \\ = -4 + 2 + 5 = 3$$

$$\textcircled{2} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-8}{x+3} = \frac{2^3-8}{2+3} = \frac{0}{7} = 0$$

$$\textcircled{3} \lim_{x \rightarrow \infty} (4x^3 - 5x^2 + x + 13) = \lim_{x \rightarrow \infty} 4x^3 \\ = -\infty$$

$$\textcircled{4} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8x-x^3}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^3}{x} \\ = \lim_{x \rightarrow +\infty} -x^2 = -\infty$$

$$\textcircled{5} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+3}{x^2+5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2} \\ = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$$

$$\textcircled{6} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{13x^3-x}{-x^3+7} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{13x^3}{-x^3} \\ = -13$$

③ $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x + 3}{2 - x}$ لدينا :

$\lim_{x \rightarrow 2^+} (4x + 3) = 11$

$\lim_{x \rightarrow 2^+} (2 - x) = 0^-$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$x - 2$	$+$	\circ	$-$

$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x + 3}{2 - x} = -\infty$ ومنه :

④ $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1 - x}{3 - x}$ لدينا :

$\lim_{x \rightarrow 3^+} (1 - x) = 1 - 3 = -2$

$\lim_{x \rightarrow 3^+} (3 - x) = 0^-$

$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1 - x}{3 - x} = +\infty$ ومنه :

تمرين 4

نعتبر الدالة العددية f المعرفة كما يلي $f(x) = \frac{2x - 1}{x + 5}$

1 - حدد Df مجموعة تعريف f .

2 - أحسب النهايات التالية :

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow (-5)^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow (-5)^+} f(x)$

حل التمرين 4

1 - لنحدد Df .

$Df = \{x \in \mathbb{R} / x + 5 \neq 0\} = \mathbb{R} - \{-5\}$

2 - $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{x} = 2$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{x} = 2$

$\lim_{x \rightarrow (-5)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-5)^+} \frac{2x - 1}{x + 5} = \frac{-11}{0^+} = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow (-5)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{2x - 1}{x + 5} = \frac{-11}{0^-} = +\infty$

تمرين 3

أحسب النهايات التالية :

① $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x - 1}{x - 1}$

② $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{8x + 3}{x + 1}$

③ $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x + 3}{2 - x}$

④ $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1 - x}{3 - x}$

حل التمرين 3

لنحسب النهايات التالية :

① $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x - 1}{x - 1}$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} (2x - 1) = 2(1) - 1 = 1$ لدينا :

$\lim_{x \rightarrow 1^+} (x - 1) = 0^+$

لأن جدول إشارة $(x - 1)$ هو :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$x - 1$	$-$	\circ	$+$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x - 1}{x - 1} = +\infty$ ومنه :

② $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{8x + 3}{x + 1}$

$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} (8x + 3) = -8 + 3 = -5$ لدينا :

$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} (x + 1) = 0^-$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$x + 1$	$-$	\circ	$+$

$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{8x + 3}{x + 1} = +\infty$ ومنه :