المستوى : الأولى بكالوريا آداب وعلوم إنسانية

تصحيح الفرض المنزلي رقم 2

أكاديمية وجدة

تمرين1 : (6ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالصيغة التالية :

$u_{n+1}=\frac{1}{2}\times U_n$ و $u_0=2$ $\forall n\in\mathbb{N}$

1) تحقق أن $(u_n)_{n\geq 0}$ هندسية. وحدد أساسها

2) عبر عن U_n بدلالة n

3) حدد العدد n إذا علمت أن $U_n=\frac{1}{16}$

الجواب :

1) $u_{n+1}=\frac{1}{2}\times U_n$ يعني $\frac{u_{n+1}}{U_n}=\frac{1}{2}$

وهذا يعني أن $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$

2) بما أن $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$ وحدها الأول $u_0=2$ فان : $u_n=u_0\times(q)^n$ $\forall n\in\mathbb{N}$

أي : $u_n=2\times\left(\frac{1}{2}\right)^n$ $\forall n\in\mathbb{N}$

3) $U_n=\frac{1}{16}$ يعني $2\times\left(\frac{1}{2}\right)^n=\frac{1}{16}$ يعني $\left(\frac{1}{2}\right)^n=\frac{\frac{1}{16}}{2}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^n=\frac{1}{32}$ أي $n=5$

تمرين2: (6 ن)

لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها r بحيث : $u_0=5$ و $u_{100}=-195$

1) حدد r 2) أكتب u_n بدلالة n

3) أحسب المجموع : $S=u_1+\cdots+u_6$

الجواب : (1

بما أن (u_n) متتالية حسابية فان : $u_n=u_0+(n-0)r$

نعوض n ب 100 فنجد: $u_{100}=u_0+100r$

يعني : $-195=5+100r$ يعني : $-200=100r$

يعني $r=-2$

2) بما أن (u_n) متتالية حسابية فان : $u_n=u_0+(n-0)r$

أي: $u_n=5-2n$

3) $S=u_1+\cdots+u_6=(6-1+1)\frac{u_1+u_6}{2}$

$S=6\frac{u_1+u_4}{2}=3(u_1+u_6)$

ومنه نحسب: $u_1=5-2\times 1=3$ و $u_6=5-2\times 6=-7$

وبالتالي: $S=3(3-7)=3\times(-4)=-12$

تمرين3 : (5ن)

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين كالتالي :

$f(x)=\frac{2}{x^2+1}$ و $g(x)=\frac{x^2+1}{2x-4}$

1) حدد مجموعة تعريف الدالتين f و g

2) بين أن f مكبورة بالعدد 2 لكل x من $\mathbb{R}$.

الجواب :

1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x^2+1\neq 0\}$

$x^2+1=0\Leftrightarrow x^2=-1$ وهذه المعادلة ليس لها حل في $\mathbb{R}$

$D_f=\mathbb{R}$

$D_g=\{x\in\mathbb{R}/2x-4\neq 0\}$

$2x-4=0\Leftrightarrow x=2$

$D_g=\mathbb{R}/\{2\}$

(2

يكفي أن نبين أن : $\forall x\in\mathbb{R}$ $f(x)\leq 2$

اذن نحسب الفرق : $2-f(x)=2-\frac{2}{x^2+1}=\frac{2x^2+2-2}{x^2+1}=\frac{2x^2}{x^2+1}\geq 0$

ومنه : $\forall x\in\mathbb{R}$ $f(x)\leq 2$

وبالتالي f مكبورة على $\mathbb{R}$ بالعدد 2

تمرين4: (3 ن)

لتكن f و g الدالتين العدديتين المعرفتين

على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$f(x)=x^2+4x+4$ و $g(x)=2x+3$

حدد الوضع النسبي لمنحنى الدالتين f و g

الجواب :

$D_f=\mathbb{R}$ و $D_g=\mathbb{R}$ لأنهم دوال حدودية

$f(x)-g(x)=x^2+4x+4-2x-3=(2x-1)^2\geq 0$

$f(x)-g(x)=x^2+2x+1=(x+1)^2\geq 0$

ومنه : $f\geq g$ بالتالي منحنى الدالة f

يوجد فوق منحنى الدالة g على $\mathbb{R}$.