دراسة و تمثيل الدوال العددية (2) :
الدالة المتخاطة : $x \mapsto \dfrac{ax+b}{cx+d}$

1) دراسة دالة متخاطة

f دالة عددية معرفة ب : $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ مع $ad-bc\neq 0$ و $c\neq 0$

لدراسة الدالة f نتبع الخطوات التالية :

- **تحديد مجموعة تعريف f :**

$$D_f=\{x\in\mathbb{R}/cx+d\neq 0\}=\mathbb{R}-\left\{\frac{-d}{c}\right\}=\left]-\infty,\frac{-d}{c}\right[\cup\left]\frac{-d}{c},+\infty\right[$$

- **حساب النهايات عند محدات D_f:**

$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to\frac{-d}{c}\\ x>\frac{-d}{c}}}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to\frac{-d}{c}\\ x<\frac{-d}{c}}}f(x)$

$$\boxed{\lim_{x\to+\infty}\frac{ax+b}{cx+d}=\lim_{x\to-\infty}\frac{ax+b}{cx+d}=\frac{a}{c}}$$

- **حساب الدالة المشتقة f'**

$$\boxed{f'(x)=\frac{\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}}{(cx+d)^2}=\frac{ad-bc}{(cx+d)^2}}$$

- **دراسة إشارة $f'(x)$**
- **و ضع جدول تغيرات الدالة f**
- **حساب صور بعض الأعداد**

- **إنشاء المقاربات**
- **إنشاء المنحنى**

منحنى دالة متخاطة يسمى هذلولا

2) المستقيم المقارب و الموازي لمحور الأفاصيل

- إذا كان $\lim_{x \to +\infty} f(x) = l$ فإن المستقيم ذا المعادلة $y = l$ يسمى مقاربا للمنحنى $(\mathscr{C}_f)$ بجوار $+\infty$
- إذا كان $\lim_{x \to -\infty} f(x) = l$ فإن المستقيم ذا المعادلة $y = l$ يسمى مقاربا للمنحنى $(\mathscr{C}_f)$ بجوار $-\infty$

3) المستقيم المقارب الموازي لمحور الأراتيب

- إذا كان $\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty$ فإن المستقيم ذا المعادلة $x = x_0$ يسمى مقاربا عموديا للمنحنى $(\mathscr{C}_f)$
- إذا كان $\lim_{x \to x_0} f(x) = -\infty$ فإن المستقيم ذا المعادلة $x = x_0$ يسمى مقاربا عموديا للمنحنى $(\mathscr{C}_f)$

4) مركز تماثل هذلول

- منحنى الدالة $f : x \mapsto \dfrac{ax+b}{cx+d}$ مع $ad - bc \neq 0$ و $c \neq 0$ هو هذلول مركزه النقطة $\Omega\left(\dfrac{-d}{c}, \dfrac{a}{c}\right)$