الحساب العددي

I. التناسبية

1) النسب المئوية

E مجموعة عدد عناصرها n و A جزء من E عدد عناصره m

النسبة المئوية التي تمثلها A في E هو العدد p الذي يحقق : $p=\frac{m}{n}\times 100$ و نرمز له ب $p\%$

- لحساب ما يمثله كسر $\frac{p}{q}$ من x نضرب x في $\frac{p}{q}$:

$\frac{p}{q}\times x$ هي قيمة ما يمثله $\frac{p}{q}$ من x

- للحصول على النسبة المئوية التي يمثلها الكسر $\frac{p}{q}$ نكتب الكسر $\frac{p}{q}$ على شكل كسر مقامه 100

مثلا $\frac{40}{100}=\frac{2\times 20}{5\times 20}=\frac{2}{5}$ إذن $\frac{2}{5}$ يمثل نسبة 40%

2) حساب زيادة أو تخفيض $p\%$

- للحصول على القيمة الجديدة y بعد الزيادة في القيمة الأولى x بنسبة $p\%$ نضرب x في $\left(1+\frac{p}{100}\right)$ و هكذا فإن :

$$y=\left(1+\frac{p}{100}\right)\times x$$

- للحصول على القيمة الجديدة y بعد التخفيض في القيمة الأولى x بنسبة $p\%$ نضرب x في $\left(1-\frac{p}{100}\right)$ و هكذا فإن :

$$y=\left(1-\frac{p}{100}\right)\times x$$

3) التناسب و التناسب العكسي

a و b و c و d أعداد حقيقية غير منعدمة

- يكون a و b متناسبين مع c و d إذا كان : $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$
- يكون a و b متناسبين عكسيا مع c و d إذا كان : $\frac{a}{\frac{1}{c}}=\frac{b}{\frac{1}{d}}$ أي $ac=bd$
- تكون الأعداد a و b و c و d في هذا الترتيب تناسبا إذا كان : $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$
- الرابع المتناسب للأعداد a و b و c هو العدد x بحيث تكون الأعداد a و b و c و x في هذا الترتيب تناسبا أي $\frac{a}{b}=\frac{c}{x}$
- الواسط المتناسب لعددين a و b هو العدد x بحيث تكون الأعداد a و b و x و x في هذا الترتيب تناسبا أي $\frac{a}{x}=\frac{x}{b}$ أي $x^2=ab$

إذا كانت الأعداد a_1 و a_2 و a_3 متناسبة مع الأعداد غير المنعدمة b_1 و b_2 و b_3 فإن :

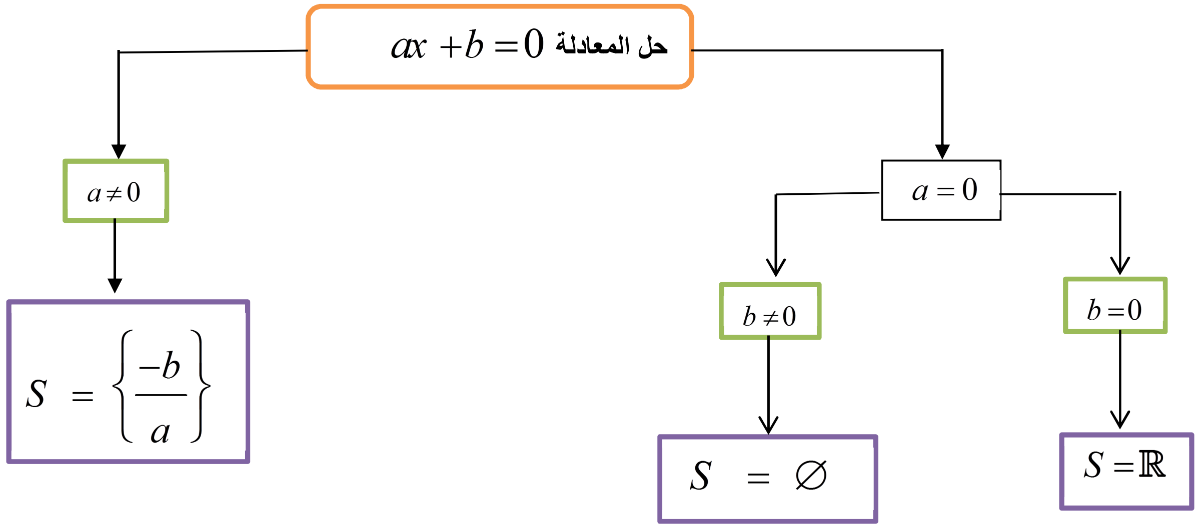
$$\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3}=\frac{\alpha_1 a_1+\alpha_2 a_2+\alpha_3 a_3}{\alpha_1 b_1+\alpha_2 b_2+\alpha_3 b_3}$$

مع α_1 و α_2 و α_3 أعداد حقيقية بحيث : $\alpha_1 b_1+\alpha_2 b_2+\alpha_3 b_3\neq 0$

II. المعادلات – المتراجحات – النظمات

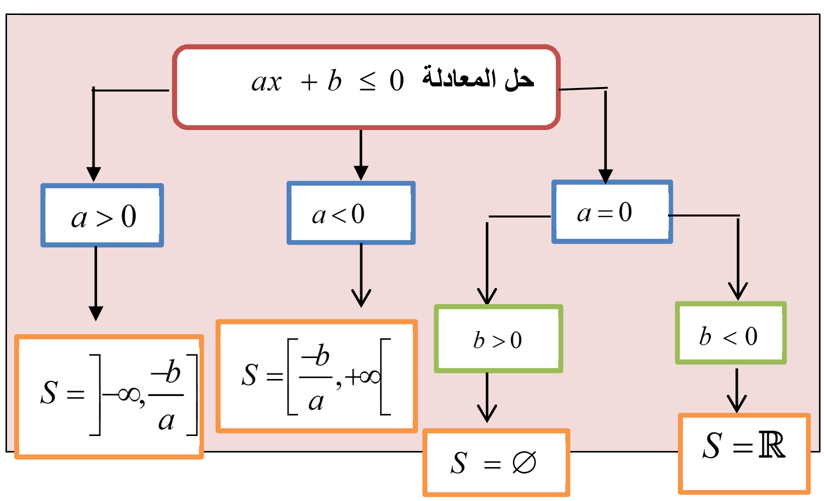
1) معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

المعادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد هي كل معادلة يمكن أن تكتب على شكل $ax+b=0$ حيث x هو المجهول و a و b عددان حقيقيان معلومان



2) متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

المتراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد في $\mathbb{R}$ هي كل متراجحة يمكن أن تكتب على شكل $ax+b\geq 0$ أو $ax+b>0$ أو $ax+b\leq 0$ أو $ax+b<0$ حيث x هو المجهول و a و b عددان حقيقيان معلومان



3) جدول إشارة الحدانية $ax+b$

نعتبر الحدانية $ax+b$ حيث $a\neq 0$

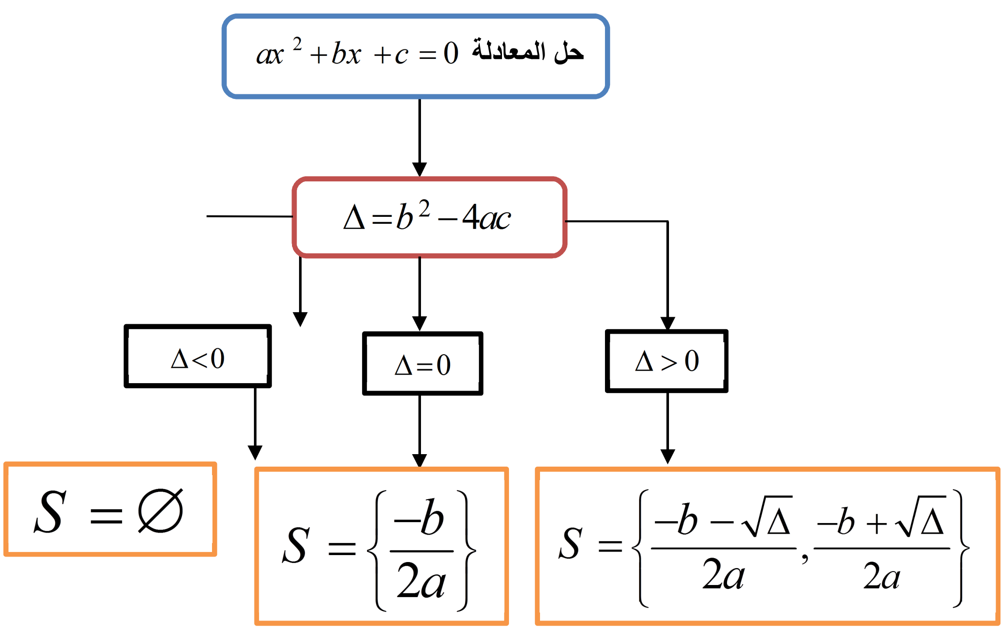
- إذا كان $x\geq\frac{-b}{a}$ فإن إشارة $ax+b$ هي إشارة a
- إذا كان $x\leq\frac{-b}{a}$ فإن إشارة $ax+b$ هي عكس إشارة a

4) معادلة من الدرجة الثانية بمجهول واحد

الكتابة $a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{(2a)^2}\right]$ تسمى الشكل القانوني لثلاثية الحدود ax^2+bx+c حيث a و b و c أعداد حقيقية بحيث $a\neq 0$

- كل معادلة على الشكل $ax^2+bx+c=0$ حيث a و b و c أعداد حقيقية بحيث $a\neq 0$ تسمى معادلة من الدرجة الثانية في $\mathbb{R}$
- العدد $\Delta=b^2-4ac$ يسمى مميز هذه المعادلة أو مميز ثلاثية الحدود ax^2+bx+c

نعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة $ax^2+bx+c=0$ بحيث $a\neq 0$ و لتكن S مجموعة حلولها و Δ مميزها .



5) تعميل ثلاثية الحدود من الدرجة الثانية

نعتبر ثلاثية الحدود ax^2+bx+c و ليكن Δ مميزها

- إذا كان $\Delta>0$ فإن المعادلة $ax^2+bx+c=0$ تقبل حلين مختلفين x_1 و x_2 و لدينا :

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$$

- إذا كان $\Delta=0$ فإن :

$$ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$$

- إذا كان $\Delta<0$ فإن ثلاثية الحدود ax^2+bx+c لا يمكن تعميلها إلى جداء حدوديتين من الدرجة الأولى في $\mathbb{R}$

6) إشارة ثلاثية الحدود من الدرجة الثانية

نعتبر ثلاثية الحدود $P(x)=ax^2+bx+c$ و Δ مميزها

- إذا كان $\Delta>0$ فإن إشارة $P(x)$ هي إشارة العدد a خارج الجذرين ، و إشارة $P(x)$ هي عكس إشارة العدد a داخل الجذرين
- إذا كان $\Delta=0$ فإن إشارة $P(x)$ هي إشارة العدد a لكل x مخالف للعدد $\dfrac{-b}{2a}$
- إذا كان $\Delta<0$ فإن إشارة $P(x)$ هي إشارة العدد a لكل x من $\mathbb{R}$

7) نظمة معادلتين من الدرجة الأولى

النظمة $(S):\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ تسمى نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين x و y حيث a و b و c و a' و b' و c' أعداد حقيقية .

العدد $\begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix}=ab'-a'b$ يسمى محددة النظمة (S).

نعتبر النظمة $(S):\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$

- إذا كان : $\begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix} \neq 0$ فإن النظمة تقبل حلا وحيدا هو الزوج (x,y) حيث : $x=\dfrac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}}$ و $y=\dfrac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}}$
- إذا كان $\begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix} = 0$ فإنه قد لا يكون لهذه النظمة أي حل وقد يكون لها ما لا نهاية من الحلول