ملخصي وقواعدي في الرياضيات لمستوى الأولى باك آداب

من انجاز : الأستاذ نجيب عثماني أستاذ مادة الرياضيات في الثانوي تأهيلي

ملخص درس التعداد

I. المبدأ الأساسي للتعداد و التجارب العشوائية:

مثال: نرمي قطعة نقدية مرتين متتاليتين

نتائج هذه التجربة هي :: PP أو FF أو FP أو PF

PP هي **امكانية** و FF هي امكانية أخرى

اذن لهذه التجربة 4 امكانيات فقط اذن مجموعة الامكانيات هي :

$\Omega=\{PP;FF;PF;FP\}$ ولدينا : $card(\Omega)=4$ (4 امكانيات فقط)

يمكن لنا استعمال شجرة الإمكانيات للبحث عن كل الامكانيات

الرمية الأولى	الرمية الثانية
2	2

$card(\Omega)=2\times2=4$ **مبدأ الجذاء**

المبدأ: لتكن E تجربة تتطلب نتائجها اختبارين.
إذا كان الاختيار الأول يتم ب n_1 طريقة مختلفة, و الاختيار الثاني يتم ب n_2 طريقة مختلفة. فان عدد النتائج الممكنة هو الجداء: $n_1\times n_2$.

مثال2: نعتبر الأرقام التالية : 1 و 3 و 5
حدد عدد الأعداد المكونة من رقمين الذي يمكن تكوينه باستعمال الأرقام السابقة فقط

رقم الوحدات	رقم العشرات
3	3

الجواب : رقم الوحدات يمكن اختياره ب ثلاث كيفيات مختلفة كذلك رقم العشرات
وحسب المبدأ ألأساسي للتعداد فان عدد الأعداد المكونة من رقمين الذي يمكن تكوينه هو: $card(\Omega)=3\times3=9$

II. الترتيبات - التبديلات -التأليفات:

1)الترتيبات: عدد الترتيبات بدون تكرار ل p عنصر من بين n عنصرا, حيث $1\le p\le n$ هو العدد الذي نرمز له ب A_n^p و لدينا:

$$A_n^p=n\times(n-1)\times(n-2)\times\cdots\times(n-p+1)$$

مثال : $A_5^3=5\times4\times3=60$

2)التبديلات: عدد التبديلات ل n عنصر من بين n عنصر هو العدد الذي نرمز له بالرمز $n!$

ولدينا: $n!=n\times(n-1)\times(n-2)\times\cdots\times2\times1$, و يقرأ: "عاملي n", و اصطلاحا نضع $0!=1$.

مثال : $5!=5\times4\times3\times2\times1=120$

3)التأليفات: ليكن n عنصرا من $\mathbb{N}$. و لتكن E مجموعة تحتوي على n عنصر. وكل جزء من E يتكون من p عنصر (حيث $0\le p\le n$) يسمى تأليفة ل p عنصر من بين n عنصر

ونرمز ب C_n^p لعدد التأليفات ل p عنصر من بين n عنصر

4)خاصيات الأعداد C_n^p : لكل n من $\mathbb{N}^*$, و لكل p من $\mathbb{N}$ بحيث $0\le p\le n$, لدينا: $C_n^p=\dfrac{n!}{p!\times(n-p)!}$

ولدينا: $C_n^p=C_n^{n-p}$ و $C_n^0=1$ و $C_n^n=1$ و $C_n^{n-1}=n$ و $C_n^1=n$

مثال: $C_4^2=\dfrac{4!}{2!(4-2)!}=\dfrac{4!}{2!2!}=\dfrac{4\times3\times2!}{2!2!}=\dfrac{4\times3}{2!}=6$

III. أنواع السحب:

مثال1:السحب تآنيا- التأليفات: يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و 5 كرات حمراء ونسحب كرتين من الصندوق *في آن واحد*

1. حدد عدد السحبات الممكنة أو عدد الامكانيات أوجد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانيات
2. حدد عدد امكانيات سحب كرتين بيضاوين
3. حدد عدد امكانيات سحب كرتين حمراوين
4. حدد عدد امكانيات سحب كرتين من نفس اللون
5. حدد عدد امكانيات سحب كرتين من لون مختلف

الجواب: 1) $card(\Omega)=C_8^2=\dfrac{8!}{2!(8-2)!}=\dfrac{8!}{2!6!}=\dfrac{8\times7\times6!}{2!6!}=\dfrac{8\times7}{2!}=28$

2) $C_3^2=3$ 3) $C_5^2=\dfrac{5!}{2!(5-2)!}=\dfrac{5!}{2!3!}=\dfrac{5\times4\times3!}{2!3!}=\dfrac{5\times4}{2!}=10$

4)سحب كرتين من نفس اللون أي سحب كرتين بيضاوين أو كرتين حمراوين $C_3^2+C_5^2=3+10=13$

5)سحب كرتين من لون مختلف أي سحب كرة واحدة بيضاء **و** كرة واحدة حمراء اذن: $C_3^1\times C_5^1=3\times5=15$

مثال2:السحب بدون إحلال: يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق

1. حدد عدد السحبات الممكنة أو عدد الامكانيات أوجد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانيات
2. حدد عدد امكانيات سحب كرتين بيضاوين
3. حدد عدد امكانيات سحب كرتين سوداوين
4. حدد عدد امكانيات سحب كرتين من نفس اللون
5. حدد عدد امكانيات سحب كرتين من لون مختلف

الجواب: 1) $card(\Omega)=A_7^2=7\times6=42$

2) $A_3^2=3\times2=6$ 3) $A_4^2=4\times3=12$

4)سحب كرتين من نفس اللون أي سحب كرتين بيضاوين أو كرتين سوداوين $A_3^2+A_4^2=3\times2+4\times3=18$

5)سحب كرتين من لون مختلف أي سحب كرة واحدة بيضاء **و** كرة واحدة سوداء اذن : $C_3^1\times C_4^1=3\times4=12$

مثال3 :السحب بإحلال: يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء نسحب عشوائيا بالتتابع وبإحلال كرتين من الصندوق :

1. حدد عدد السحبات الممكنة أو عدد الامكانيات أوجد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانيات
2. حدد عدد امكانيات سحب كرتين بيضاوين
3. حدد عدد امكانيات سحب كرتين سوداوين
4. حدد عدد امكانيات سحب كرتين من نفس اللون
5. حدد عدد امكانيات سحب كرتين من لون مختلف

الجواب: 1) $card(\Omega)==7\times7=7^2=49$

2) $3\times3=9$ 3) $4\times4=16$ 4) $3\times3+4\times4=25$

5) $49-25=24$