

الأستاذ:
نجيب
عثماني

الدرس الخامس : التعداد

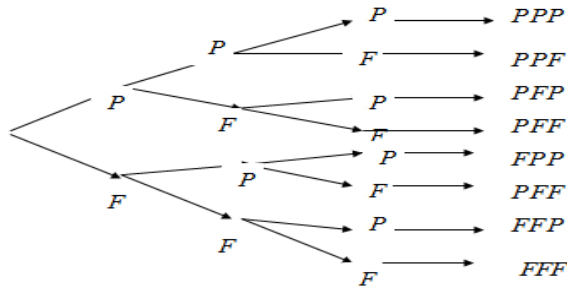
أكاديمية
الجهة
الشرقية

مستوى: السنة الأولى من سلك البكالوريا

- شعبة التعليم الأصيل: مسلك العلوم الشرعية و مسلك اللغة العربية
 - شعبة الآداب و العلوم الإنسانية: مسلك الآداب و مسلك العلوم الإنسانية
- محتوى الدرس و الأهداف القدرات المنتظرة من الدرس و التعليمات الرسمية**

توجيهات تربوية	القدرات المنتظرة	محتوى البرنامج
<ul style="list-style-type: none"> - ينبغي تقديم التعداد بواسطة مبدأ الجداء والجمع وتقنية الشجرة. - ينبغي تنوع الأنشطة المستقاة من الحياة اليومية. 	<ul style="list-style-type: none"> - توظيف شجرة الاختيارات في حالات تعدادية - تطبيق التعداد في حل مسائل متنوعة. 	<ul style="list-style-type: none"> - المبدأ العام للتعداد، - عدد الترتيبات، عدد التبديلات، عدد التآليفات. - خاصيات الأعداد C_p^m؛ - تطبيقات: - السحب تآليا؛ السحب بإحلال؛ السحب بدون إحلال.

أرسم شجرة الامكانيات
حدد كون الامكانيات Ω ووحده $card(\Omega)$
الأجوبة: هذه التجربة لا يمكن توقع نتائجها مسبقا وبشكل أكيد ومنه هي تجربة عشوائية
ماهي نتائج هذه التجربة ؟
يمكن الحصول على : PPP أو FFF أو
PPP هي امكانية و FFF هي امكانية أخرى و
1) حدد كل الامكانيات وعددها: يمكن لنا استعمال شجرة الإمكانيات



2) اذن لهذه التجربة 8 امكانيات فقط اذن فضاء الامكانيات هو :
 $\Omega = \{PPP; PPF; PFP; PFF; FPP; FPF; FFP; FFF\}$
3) $card(\Omega) = 8$ (8 امكانيات فقط)

الرمية الأولى	الرمية الثانية	الرمية الثالثة
2	2	2

مبدأ الجداء

المبدأ:

لتكن E تجربة تتطلب نتائجها اختبارين.
إذا كان الاختيار الأول يتم ب n_1 طريقة مختلفة، والاختيار الثاني يتم ب n_2 طريقة مختلفة. فان عدد النتائج الممكنة هو الجداء: $n_1 \times n_2$.

I. المبدأ الأساسي للتعداد:

نشاط1: نذكر أن قطعة نقدية وجهين P و F

نرمي قطعة نقدية مرة واحدة

ماهي نتائج هذه التجربة ؟

يمكن الحصول على : P أو F

P هي امكانية و F هي امكانية أخرى

اذن لهذه التجربة إمكانيتين فقط اذن مجموعة الامكانيات هي :

$$\Omega = \{P; F\}$$

والكتابة : $card(\Omega) = 2$ (إمكانيتين فقط) تقرأ رئيسي

المجموعة Ω

نشاط2: نرمي قطعة نقدية مرتين متتاليتين

ماهي نتائج هذه التجربة ؟

يمكن الحصول على : PP أو FF أو FP أو PF

PP هي امكانية و FF هي امكانية أخرى

اذن لهذه التجربة 4 امكانيات فقط اذن مجموعة الامكانيات هي :

$$\Omega = \{PP; FF; PF; FP\}$$

ولدينا : $card(\Omega) = 4$ (4 امكانيات فقط)

يمكن لنا استعمال شجرة الإمكانيات للبحث عن كل الامكانيات

الرمية الأولى	الرمية الثانية
2	2

$$card(\Omega) = 2 \times 2 = 4$$

مبدأ الجداء

تمرين1 : أو نشاط3: نرمي قطعة نقدية ثلاث مرات متتالية

الجواب:

$$A_{10}^4 = 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040$$

$$A_4^4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

2. التباديلات

نشاط 1: نعتبر الأرقام التالية : 4 و 5 و 6

حدد عدد الأعداد المكونة من ثلاث أرقام مختلفة الذي يمكن تكوينه باستعمال الأرقام السابقة فقط

الجواب: رقم الوحدات يمكن اختياره ب ثلاث كيفيات مختلفة

لكن رقم العشرات فقط بكيفيتين مختلفتين و رقم المئات بكيفية وحيدة

رقم الوحدات	رقم العشرات	رقم المئات
3	2	1

وحسب المبدأ الأساسي للتعداد فان عدد الأعداد المكونة من رقمين مختلفين الذي يمكن تكوينه

$$\text{هو: } \text{card}(\Omega) = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

العدد : 465 عدد يمكن تكوينه ويسمى تبديلة

العدد : 456 عدد يمكن تكوينه ويسمى تبديلة

العدد : 564 عدد يمكن تكوينه ويسمى تبديلة

العدد : 546 عدد يمكن تكوينه ويسمى تبديلة

كم عدد التباديلات ؟ هناك 6 تباديلات ممكنة

نرمز لعدد التباديلات لثلاث أعداد ب : $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ ويقرأ عاملي 3

تعريف 2: عدد التباديلات ل n عنصر من بين n هو:

$$A_n^n = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1$$

نرمز للجزء $n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1$ بالرمز $n!$, و

يقرأ: "عاملي n ", و اصطلاحا نضع $0! = 1$.

أمثلة: أحسب : $4!$ و $5!$ و $7!$ و $\frac{10 \times 5!}{6 \times 8!}$

الجواب:

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120 \text{ و } 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

$$7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$$

$$\frac{10 \times 5!}{6 \times 8!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 5!}{6 \times 5 \times 8!} = \frac{10 \times 9}{6} = \frac{10 \times 3 \times 3}{3 \times 2} = \frac{10 \times 3}{2} = 15$$

تمرين 4: ما عدد الكلمات من ستة حروف لها معنى أو لا , و التي يمكن كتابتهما باستعمال جميع حروف الكلمة "المغرب"

تمرين 5: ما عدد الكلمات من أربع حروف لها معنى أو لا , و التي يمكن تكوينها باستعمال الحروف التالية فقط

S و I و D و A

3. التاليفات

نشاط 1: نعتبر المجموعة التالية : $E = \{a; b; c; d\}$

حدد عدد أجزاء المجموعة E التي تحتوي على ثلاث عناصر

الجواب:

$$\text{هو: } \text{card}(E) = 4$$

الجزء : $A_1 = \{a; b; c\}$ يمكن تكوينه ويسمى تاليفة

العدد : $A_2 = \{a; b; d\}$ عدد يمكن تكوينه ويسمى تاليفة

الجزء : $A_3 = \{b; c; d\}$ يمكن تكوينه ويسمى تاليفة

العدد : $A_4 = \{a; c; d\}$ عدد يمكن تكوينه ويسمى تاليفة

كم عدد التاليفات ؟ هناك 4 تباديلات ممكنة

نرمز لعدد التاليفات لثلاث أعداد مختارة من بين 4 ب : $C_4^3 = 4$

تمرين 2: نعتبر الأرقام التالية : 1 و 3 و 5

حدد عدد الأعداد المكونة من رقمين الذي يمكن تكوينه باستعمال الأرقام السابقة فقط

الجواب: رقم الوحدات يمكن اختياره ب ثلاث كيفيات مختلفة كذلك رقم العشرات

رقم الوحدات	رقم العشرات
3	3

وحسب المبدأ الأساسي للتعداد فان عدد الأعداد المكونة من رقمين الذي يمكن تكوينه

$$\text{هو: } \text{card}(\Omega) = 3 \times 3 = 9$$

II. الترتيبات - التباديلات - التاليفات:

1. الترتيبات

نشاط 1: نعتبر الأرقام التالية : 1 و 2 و 6

حدد عدد الأعداد المكونة من رقمين مختلفين الذي يمكن تكوينه باستعمال الأرقام السابقة فقط

الجواب: رقم الوحدات يمكن اختياره ب ثلاث كيفيات مختلفة لكن رقم العشرات فقط بكيفيتين مختلفتين

رقم الوحدات	رقم العشرات
3	2

وحسب المبدأ الأساسي للتعداد فان عدد الأعداد المكونة من رقمين مختلفين الذي يمكن تكوينه

$$\text{هو: } \text{card}(\Omega) = 3 \times 2 = 6$$

العدد : 21 عدد يمكن تكوينه ويسمى ترتيبية

العدد : 12 عدد يمكن تكوينه ويسمى ترتيبية

العدد : 61 عدد يمكن تكوينه ويسمى ترتيبية

العدد : 16 عدد يمكن تكوينه ويسمى ترتيبية

كم عدد الترتيبات ؟ هناك 6 ترتيبات ممكنة

$$\text{نرمز لعدد الترتيبات ب : } A_3^2 = 3 \times (3-1) = 3 \times 2 = 6$$

تعريف 1: عدد الترتيبات بدون تكرار ل p عنصر من بين n عناصر, حيث

$$1 \leq p \leq n \text{ هو } 1 \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times (n-p+1)$$

نرمز لهذا العدد بالرمز A_n^p .

لدينا: $A_n^p = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times (n-p+1)$

$$\text{أمثلة: أحسب : } A_4^2 \text{ و } A_5^3 \text{ و } A_7^4 \text{ و } A_{10}^5 \text{ و } A_6^3 \times A_{10}^4$$

$$\text{الجواب: } A_4^2 = 4 \times 3 = 12 \quad A_5^3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

$$A_7^4 = 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$$

$$\frac{A_6^3 \times A_{10}^4}{A_{10}^5} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7}{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6} = \frac{5 \times 4}{1} = 20$$

تمرين 3: لتشغيل الهاتف المحمول يجب الضغط على الأزرار

الأربعة التي تحمل الأرقام المكونة للرقن السري حسب ترتيبها وإلا سيغلق تلقائيا

1. ما عدد الأقفان السرية الممكنة إذا علمت أن الأرقام المكونة لها لا يمكننا تكرارها

2. ما عدد الأقفان السرية الممكنة إذا علمت أن الأرقام المكونة لها لا يمكننا تكرارها وتتكون فقط من الأرقام التالية فقط : 1 و 2 و 3 و 4

$$\frac{8 \times 3}{7!}, \frac{12!}{10!} \text{ و } \frac{A_8^2 \times A_{10}^4}{A_8^5} \text{ و } \frac{12 \times 7!}{10 \times 8!}$$

$$\frac{9 \times 5!}{8 \times 3!} \text{ و } \frac{C_7^4 \times C_{10}^8}{C_{10}^7} \text{ و } \frac{A_9^4}{A_9^2} \text{ و } \frac{10^9}{5^8} \text{ و } \frac{9 \times 7!}{5 \times 8!}$$

3. تطبيقات

مثال 1: السحب تانيا - التاليفات

يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و 5 كرات حمراء

نسحب كرتين من الصندوق في آن واحد

1. حدد عدد السحبات الممكنة أو عدد الامكانيات أو عدد

$card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانيات

2. حدد عدد امكانيات سحب كرتين بيضاوين

3. حدد عدد امكانيات سحب كرتين حمراوين

4. حدد عدد امكانيات سحب كرتين من نفس اللون

5. حدد عدد امكانيات سحب كرتين من لون مختلف

$$\frac{8!}{2!(8-2)!} = \frac{8!}{2!6!} = \frac{8 \times 7 \times 6!}{2!6!} = \frac{8 \times 7}{2!} = 28 \text{ (الاجوبة: 1)}$$

$$card(\Omega) = C_8^2$$

$$C_5^2 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2!3!} = \frac{5 \times 4}{2!} = 10 \text{ (3) } C_3^2 = 3 \text{ (2)}$$

4) سحب كرتين من نفس اللون أي سحب كرتين بيضاوين

$$C_3^2 + C_5^2 = 3 + 10 = 13 \text{ أو كرتين حمراوين}$$

5) سحب كرتين من لون مختلف أي سحب كرة واحدة بيضاء و كرة واحدة حمراء

$$C_3^1 \times C_5^1 = 3 \times 5 = 15$$

تمرين 10: يحتوي صندوق غير كاشف على 4 كرات بيضاء و 5 كرات حمراء و 3 كرات سوداء

نسحب عشوائيا ثلاث كرات من الصندوق في آن واحد

1. حدد عدد السحبات الممكنة أو عدد الامكانيات أو عدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانيات

2. حدد عدد امكانيات سحب ثلاث كرات بيضاء

3. حدد عدد امكانيات سحب ثلاث كرات سوداء "

4. حدد عدد امكانيات سحب ثلاث كرات حمراء "

5. حدد عدد امكانيات سحب ثلاث كرات من نفس اللون

6. حدد عدد امكانيات سحب ثلاث كرات من لون مختلف

$$\text{الجواب: (1) } card(\Omega) = C_{12}^3 \text{ ومنه}$$

$$C_{12}^3 = \frac{12!}{3!(12-3)!} = \frac{12!}{3!9!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{3!9!} = \frac{12 \times 11 \times 10}{3!} = \frac{6 \times 2 \times 11 \times 10}{6} = 220$$

$$C_3^3 = 1 \text{ (3) } C_4^3 = 4 \text{ (2)}$$

$$C_5^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2!3!} = \frac{5 \times 4}{2!} = 10 \text{ (4)}$$

5) سحب 3 كرات من نفس اللون أي سحب 3 كرات بيضاء أو 3 كرات حمراء أو 3 كرات سوداء

$$C_4^3 + C_5^3 + C_3^3 = 4 + 10 + 1 = 15 \text{ أي}$$

تعريف 3: ليكن n عنصرا من \mathbb{N} . و لتكن E مجموعة تحتوي على n عنصر.

كل جزء من E يتكون من p عنصر (حيث $0 \leq p \leq n$) يسمى تاليفة ل p عنصر من E .

4. خاصيات الأعداد C_n^p :

لكل n من \mathbb{N}^* , و لكل p من \mathbb{N} بحيث $0 \leq p \leq n$, لدينا:

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

ولدينا: $C_n^0 = 1$ و $C_n^n = 1$ و $C_n^p = C_n^{n-p}$ و $C_n^n = 1$ و $C_n^0 = 1$

$$C_n^1 = n \text{ و } C_n^{n-1} = n$$

أمثلة: أحسب: C_4^2 و C_5^2 و C_7^4 و C_{12}^3 و C_7^3

$$\text{و } C_5^3$$

$$\text{و } C_{12}^1 \text{ و } C_7^7 \text{ و } C_5^0 \text{ و } C_5^4$$

الجواب:

$$C_4^2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2!2!} = \frac{4 \times 3}{2!} = 6$$

$$C_5^2 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2!3!} = \frac{5 \times 4}{2!} = 10$$

$$C_7^4 = \frac{7!}{4!(7-4)!} = \frac{7!}{4!3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4!3!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3!} = 35$$

$$C_{12}^3 = \frac{12!}{3!(12-3)!} = \frac{12!}{9!3!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{9!3!} = \frac{12 \times 11 \times 10}{3!} = 220$$

$$C_{12}^1 = 12 \text{ و } C_5^3 = C_5^2 = 10 \text{ و } C_7^3 = C_7^4 = 35$$

$$C_5^4 = 5 \text{ و } C_5^0 = 1 \text{ و } C_7^7 = 1$$

تمرين 6: لاجتياز امتحان شفوي على كل مترشح أن يجيب على سؤالين مسحوبين عشوائيا من بين خمس أسئلة مقترحة

سؤال: حدد عدد الإمكانيات

$$\text{الجواب: } C_5^2 = 10$$

تمرين 7: $A = \{6, 7, 1, 0\}$ $E = \left\{2, 5, 6, 7, 1, 0, \frac{3}{4}\right\}$

$$D = \{2\} \quad C = \left\{\frac{3}{4}, 5\right\} \quad B = \left\{\frac{3}{4}, 2, 7, 6, 1\right\}$$

1. تحقق أن A و B و C و D أجزاء من E .

2. حدد: $\bar{A}, A \cup B, A \cap B$

3. حدد عدد أجزاء E التي تحتوي على ثلاث عناصر

4. حدد عدد أجزاء E التي تحتوي على أربع عناصر

تمرين 8: أحسب: C_6^2 و C_8^3 و C_{12}^4 و C_{11}^3 و C_8^5

$$\text{و } C_6^4$$

$$\text{و } C_{10}^1 \text{ و } C_8^8 \text{ و } C_{12}^0 \text{ و } C_{11}^8$$

تمرين 9: أحسب: $4!$ و $5!$ و $7!$ و C_{10}^2 و

$$C_{13}^2 \text{ و } C_{13}^4 \text{ و } C_{12}^3 \text{ و } A_8^5 \text{ و } A_7^3 \text{ و } A_7^4 \text{ و}$$

تمرين 12: يحتوي صندوق غير كاشف على كرتين سوداوين

مرقمتين 1 و 2

و يحتوي أيضا على 5 كرات صفراء مرقمة 1 و 2 و 3 و 4 و 5

نسحب عشوائيا كرتين من الصندوق في آن واحد

1. حدد عدد السحبات الممكنة أو عدد الامكانيات
2. حدد عدد امكانيات سحب كرتين صفراوين
3. حدد عدد امكانيات سحب كرتين من نفس اللون
4. حدد عدد امكانيات الحصول على رقمين زوجيين
5. حدد عدد امكانيات سحب كرتين مختلفتين اللون

(الأجوبة: 1)

$$card\Omega = C_7^2 = \frac{7!}{2!(7-2)!} = \frac{7!}{2!5!} = \frac{7 \times 6 \times 5!}{2!5!} = 21$$

$$C_5^2 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2!3!} = \frac{5 \times 4}{2!} = 10$$

$$C_2^2 + C_3^2 = 1 + 10 = 11$$

$$C_3^2 = 3$$

5) سحب 3 كرات من لون مختلف

يعني سحب كرة واحدة حمراء وواحدة سوداء كرة واحدة بيضاء

$$C_3^1 \times C_4^1 \times C_5^1 = 3 \times 4 \times 5 = 60$$

تمرين 13: يحتوي صندوق على إحدى عشرة كرة: 4 بيضاء و 5 سوداء و كرتان زرقاوان. نسحب عشوائيا و ثانيا ثلاث كرات من الصندوق (يعني سحب ثلاث كرات في آن واحد).

1. ما عدد السحبات الممكنة أو عدد الامكانيات؟
2. ما عدد السحبات التي نحصل فيها على ثلاث كرات من نفس اللون؟
3. ما عدد السحبات التي نحصل فيها على كرتين بيضاوين بالضبط؟

مثال 2: السحب بدون إحلال - الترتيبات بدون تكرار

يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق

1. حدد عدد السحبات الممكنة أو عدد الامكانيات أو حدد $card(\Omega)$

حيث Ω هو فضاء الإمكانيات

2. حدد عدد امكانيات سحب كرتين بيضاوين
3. حدد عدد امكانيات سحب كرتين سوداوين
4. حدد عدد امكانيات سحب كرتين من نفس اللون
5. حدد عدد امكانيات سحب كرتين من لون مختلف

$$card(\Omega) = A_7^2 = 7 \times 6 = 42$$

$$A_4^2 = 4 \times 3 = 12 \quad (3) \quad A_3^2 = 3 \times 2 = 6$$

4) سحب كرتين من نفس اللون أي سحب كرتين بيضاوين

$$A_3^2 + A_4^2 = 3 \times 2 + 4 \times 3 = 18$$

5) سحب كرتين من لون مختلف أي سحب كرة واحدة بيضاء و كرة واحدة سوداء

$$C_3^1 \times C_4^1 = 3 \times 4 = 12$$

تمرين 14: يحتوي صندوق غير كاشف على 4 كرات بيضاء و 5 كرات سوداء نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال ثلاث كرات من الصندوق

1. حدد عدد السحبات الممكنة أو عدد الامكانيات أو حدد $card(\Omega)$

حيث Ω هو فضاء الإمكانيات

2. حدد عدد امكانيات سحب ثلاث كرات بيضاء

6) سحب 3 كرات من لون مختلف يعني سحب كرة واحدة حمراء

وواحدة سوداء كرة واحدة بيضاء

$$C_3^1 \times C_4^1 \times C_5^1 = 3 \times 4 \times 5 = 60$$

تمرين 11: يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و 4

كرات حمراء و 3 كرات سوداء

نسحب عشوائيا ثلاث كرات من الصندوق في آن واحد

1. حدد عدد السحبات الممكنة أو عدد الامكانيات أو حدد $card(\Omega)$

حيث Ω هو فضاء الإمكانيات

2. حدد عدد امكانيات سحب ثلاث كرات بيضاء
3. حدد عدد امكانيات سحب ثلاث كرات حمراء "
4. حدد عدد امكانيات سحب ثلاث كرات من نفس اللون
5. حدد عدد امكانيات سحب ثلاث كرات من لون مختلف
6. حدد عدد امكانيات سحب كرة واحدة سوداء فقط
7. حدد عدد امكانيات سحب كرتين حمراوين فقط

$$card(\Omega) = C_{10}^3$$

$$C_{10}^3 = \frac{10!}{3!(10-3)!} = \frac{10!}{3!7!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{3!7!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{6} = \frac{5 \times 2 \times 3 \times 3 \times 8}{6} = 120$$

$$C_3^3 = 1 \quad (2) \quad \text{لأننا نعلم ن: } C_n^n = 1$$

$$C_4^3 = 4 \quad (3) \quad \text{لأننا نعلم ن: } C_n^{n-1} = n$$

4) سحب 3 كرات من نفس اللون أي سحب 3 كرات بيضاء أو 3 كرات حمراء أو 3 كرات سوداء

$$C_3^3 + C_4^3 + C_5^3 = 1 + 4 + 1 = 6$$

5) سحب 3 كرات من لون مختلف يعني سحب كرة واحدة حمراء

وواحدة سوداء كرة واحدة بيضاء

$$C_3^1 \times C_4^1 \times C_5^1 = 3 \times 4 \times 3 = 36$$

6) سحب كرة واحدة سوداء فقط يعني سحب كرة واحدة سوداء وكرتين غير

سوداوين يعني مسحوبة من بين الألوان الأخرى

$$C_3^1 \times C_7^2 = 3 \times C_7^2$$

$$C_7^2 = \frac{7!}{2!(7-2)!} = \frac{7!}{2!5!} = \frac{7 \times 6 \times 5!}{2!5!} = \frac{7 \times 6}{2!} = 21$$

$$C_3^1 \times C_7^2 = 3 \times 21 = 63$$

7) سحب كرتين حمراوين فقط يعني سحب كرتين حمراوين وكرة

ثالثة من بين الألوان الأخرى

$$C_6^1 \times C_4^2 = 6 \times C_4^2$$

$$C_4^2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2!2!} = \frac{4 \times 3}{2!} = 6$$

$$C_6^1 \times C_4^2 = 6 \times 6 = 36$$

تمارين للبحث

تمرين 1: يحتوي صندوق على إحدى عشرة كرة: 4 بيضاء و 5 سوداء و كرتان زرقاوان. نسحب عشوائيا و ثانيا ثلاث كرات من الصندوق (يعني سحب ثلاث كرات في آن واحد).

4. ما عدد النتائج الممكنة؟
5. ما عدد السحبات التي نحصل فيها على ثلاث كرات من نفس اللون؟

6. ما عدد السحبات التي نحصل فيها على كرتين بيضاوين بالضبط؟
تمرين 2: يحتوي صندوق على 16 بديقة: 4 حمراء و 7 بيضاء و 5 سوداء. نسحب عشوائيا بالتتابع, و بدون إحلال, أربع بيدقات من الصندوق (يعني نسحب بديقة نسجل لونها و لا نعيدها إلى الصندوق, نكرر هذه العملية أربع مرات).

1. ما عدد النتائج الممكنة؟
2. ما عدد السحبات التي نحصل فيها على أربع بيدقات كلها بيضاء؟
3. ما عدد السحبات التي نحصل فيها على بديقة بيضاء في السحبة الأولى فقط؟

تمرين 3: يحتوي كيس على 12 كرة مرقمة من 1 إلى 12 (كل كرة تحمل رقما) نسحب عشوائيا بالتتابع و بإحلال ثلاث كرات من الكيس. (يعني نسحب كرة نسجل رقمها ثم نعيدها إلى الصندوق نكرر هذه العملية ثلاث مرات متتالية).

1. ما عدد النتائج الممكنة؟
2. ما عدد السحبات التي نحصل فيها على ثلاثة أعداد كلها قابلة للقسمة على 3؟
3. ما عدد السحبات التي نحصل فيها على ثلاثة أعداد كلها فردية و كلها قابلة للقسمة على 3؟

تمرين 4: يحتوي صندوق غير كاشف على 4 كرات بيضاء و 6 كرات حمراء و 8 كرات سوداء و كرتين صفراوين
1. نسحب عشوائيا كرتين من الصندوق في آن واحد

2. حدد عدد الإمكانيات
3. حدد عدد الإمكانيات التي تحتوي على كرتين بيضاوين
4. حدد عدد الإمكانيات التي تحتوي على كرتين سوداوين
5. حدد عدد الإمكانيات التي تحتوي على كرتين صفراوين
6. حدد عدد الإمكانيات التي تحتوي على كرتين من نفس اللون

تمرين 5: يحتوي صندوق غير كاشف على 5 كتب للغة العربية و 4 كتب للغة الفرنسية و 4 كتب للرياضيات

1. نسحب عشوائيا ثلاث كتب من الصندوق في آن واحد
2. حدد عدد الإمكانيات
3. حدد عدد الإمكانيات سحب ثلاث كتب للغة العربية
4. حدد عدد الإمكانيات سحب ثلاث كتب للغة الفرنسية
5. حدد عدد الإمكانيات سحب ثلاث كتب للرياضيات
6. حدد عدد الإمكانيات سحب كتاب من كل مادة

تمرين 6: يتكون قسم من 37 تلميذا و يمارس كل تلميذ من هذا القسم لعبة على الأقل من بين اللعبتين كرة القدم و كرة السلة. إذا علمت أن 30 تلميذا يلعبون كرة القدم و 20 يلعبون كرة السلة.
أحسب عدد التلاميذ الذين يمارسون اللعبتين معا.

تمرين 7: يتكون قسم من 38 تلميذا: 20 أنثى و 18 ذكرا.
نريد تكوين لجنة من 4 تلاميذ في هذا القسم.

1. كم عدد اللجان التي يمكن تكوينها؟
2. كم عدد اللجان التي يمكن تكوينها إذا علمت أن 3 تلاميذ معلومين يرفضون ترشيح أنفسهم؟
3. كم عدد اللجان التي تضم تلميذين و تلميذتين؟
4. كم عدد اللجان التي يمكن تكوينها بحيث لا تحتوي على التلميذين حسن و أحمد في نفس الوقت؟

3. حدد عدد إمكانيات سحب ثلاث كرات سوداء
4. حدد عدد إمكانيات سحب ثلاث كرات من نفس اللون

$$\text{الجواب: (1)} \quad card(\Omega) = A_9^3 = 9 \times 8 \times 7 = 504$$

$$(2) \quad A_3^3 = 5 \times 4 \times 3 = 60 \quad (3) \quad A_4^3 = 4 \times 3 \times 2 = 24$$

$$(4) \quad A_4^3 + A_3^3 = 4 \times 3 \times 2 + 5 \times 4 \times 3 = 24 + 60 = 84$$

مثال 3: السحب بإحلال- الترتيبات بتكرار:

يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء نسحب عشوائيا بالتتابع و بإحلال كرتين من الصندوق :

1. حدد عدد السحبات الممكنة أو عدد الإمكانيات أو حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانيات

2. حدد عدد إمكانيات سحب كرتين بيضاوين
3. حدد عدد إمكانيات سحب كرتين سوداوين
4. حدد عدد إمكانيات سحب كرتين من نفس اللون
5. حدد عدد إمكانيات سحب كرتين من لون مختلف

$$\text{الجواب: (1)} \quad card(\Omega) = 7 \times 7 = 7^2 = 49$$

$$(2) \quad 3 \times 3 = 9 \quad (3) \quad 4 \times 4 = 16$$

$$(4) \quad 3 \times 3 + 4 \times 4 = 25$$

$$(5) \quad 49 - 25 = 24$$

تمرين 15: يحتوي صندوق غير كاشف على 4 كرات بيضاء و 5 كرات سوداء نسحب عشوائيا بالتتابع و بإحلال كرتين من الصندوق :

1. حدد عدد السحبات الممكنة أو عدد الإمكانيات
2. حدد عدد إمكانيات سحب كرتين بيضاوين
3. حدد عدد إمكانيات سحب كرتين سوداوين
4. حدد عدد إمكانيات سحب كرتين من نفس اللون
5. حدد عدد إمكانيات سحب كرتين من لون مختلف

الجواب: (1)

$$card(\Omega) = 9 \times 9 = 9^2 = 81$$

$$(2) \quad 4 \times 4 = 16 \quad (3) \quad 5 \times 5 = 25$$

$$(4) \quad 4 \times 4 + 5 \times 5 = 41$$

$$(5) \quad 81 - 41 = 40$$