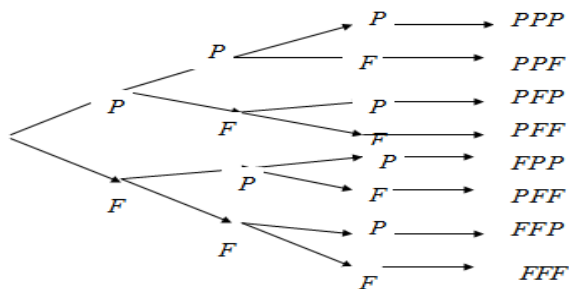


الأستاذ:  
نجيب  
عثماني

تمارين محلولة: التعداد  
السنة الأولى من سلك البكالوريا مسك الآداب  
والعلوم الانسانية

أكاديمية  
الجهة  
الشرقية



(2) إذن لهذه التجربة 8 امكانيات فقط إذن فضاء الامكانيات هو :

$$\Omega = \{PPP; PPF; PFP; PFF; FPP; FPF; FFP; FFF\}$$

$$card(\Omega) = 8 \text{ (8 امكانيات فقط)}$$

الرمية الأولى	الرمية الثانية	الرمية الثالثة
2	2	2

$$card(\Omega) = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ مبدأ الجداء}$$

**تمرين 4:** نعتبر الأرقام التالية: 1 و 3 و 5  
حدد عدد الأعداد المكونة من رقمين الذي يمكن تكوينه باستعمال  
الأرقام السابقة فقط

**الجواب:** رقم الوحدات يمكن اختياره ب ثلاث كفيات مختلفة  
كذلك رقم العشرات

رقم الوحدات	رقم العشرات
3	3

وحسب المبدأ الأساسي للتعداد فان عدد الأعداد المكونة من رقمين  
الذي يمكن تكوينه

$$\text{هو: } card(\Omega) = 3 \times 3 = 9$$

**تمرين 5:** نعتبر الأرقام التالية: 1 و 2 و 6  
حدد عدد الأعداد المكونة من رقمين مختلفين الذي يمكن تكوينه  
باستعمال الأرقام السابقة فقط

**الجواب:** رقم الوحدات يمكن اختياره ب ثلاث كفيات مختلفة  
لكن رقم العشرات فقط بكيفيتين مختلفتين

رقم الوحدات	رقم العشرات
3	2

وحسب المبدأ الأساسي للتعداد فان عدد الأعداد المكونة من رقمين  
مختلفين الذي يمكن تكوينه

$$\text{هو: } card(\Omega) = 3 \times 2 = 6$$

العدد: 21 عدد يمكن تكوينه ويسمى ترتيبية  
العدد: 12 عدد يمكن تكوينه ويسمى ترتيبية  
العدد: 61 عدد يمكن تكوينه ويسمى ترتيبية  
العدد: 16 عدد يمكن تكوينه ويسمى ترتيبية  
كم عدد الترتيبات؟ هناك 6 ترتيبات ممكنة

**تمرين 1:** نذكر أن لقطعة نقدية وجهين P و F

نرمي قطعة نقدية مرة واحدة

حدد فضاء الامكانيات  $\Omega$  لهذه التجربة و حدد  $card(\Omega)$

**الجواب:** يمكن الحصول على P أو F

P هي امكانية و F هي امكانية أخرى

إذن لهذه التجربة إمكائيتين فقط إذن مجموعة الامكانيات هي :

$$\Omega = \{P; F\}$$

والكتابة:  $card(\Omega) = 2$  (إمكائيتين فقط) تقرأ رئيسي المجموعة  $\Omega$

**تمرين 2:** نرمي قطعة نقدية مرتين متتاليتين

حدد فضاء الامكانيات  $\Omega$  لهذه التجربة و حدد  $card(\Omega)$

**الجواب:** يمكن الحصول على PP أو FF أو FP أو PF

PP هي امكانية و FF هي امكانية أخرى

إذن لهذه التجربة 4 امكانيات فقط إذن مجموعة الامكانيات هي :

$$\Omega = \{PP; FF; PF; FP\}$$

ولدينا:  $card(\Omega) = 4$  (4 امكانيات فقط)

يمكن لنا استعمال شجرة الإمكانيات للبحث عن كل الامكانيات

واستعمال مبدأ الجداء لتحديد عدد الامكانيات

الرمية الأولى	الرمية الثانية
2	2

$$card(\Omega) = 2 \times 2 = 4 \text{ مبدأ الجداء}$$

**تمرين 3:** نرمي قطعة نقدية ثلاث مرات متتالية

(1) أرسم شجرة الامكانيات

(2) حدد كون الامكانيات  $\Omega$  و حدد  $card(\Omega)$

**الأجوبة:** (1) هذه التجربة لا يمكن توقع نتيجتها مسبقا وبشكل أكيد

ومنه هي تجربة عشوائية

يمكن الحصول على: PPP أو FFF أو .....

PPP هي امكانية و FFF هي امكانية أخرى و .....

يمكن لنا استعمال شجرة الإمكانيات

S و I و D و A  
**الجواب:** كلمة " عدد الكلمات من أربع حروف لها معنى أو لا و التي يمكن تكوينها باستعمال الحروف التالية فقط  
S و I و D و A هي :  $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

**تمرين 12:** نعتبر المجموعة التالية :  $E = \{a; b; c; d\}$   
حدد عدد أجزاء المجموعة E التي تحتوي على ثلاث عناصر

**الجواب:**  $card(E) = 4$

عدد أجزاء المجموعة E التي تحتوي على ثلاث عناصر هي عدد التاليفات لثلاث أعداد مختارة من بين 4 ب :  $C_4^3 = 4$

**تمرين 13:** أحسب :  $C_4^2$  و  $C_5^2$  و  $C_7^4$  و  $C_{12}^3$  و

$C_5^3$  و  $C_7^3$

و  $C_{12}^1$  و  $C_7^1$  و  $C_5^0$  و  $C_5^4$

**الأجوبة:**  $C_4^2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2!2!} = \frac{4 \times 3}{2!} = 6$

$C_5^2 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2!3!} = \frac{5 \times 4}{2!} = 10$

$C_7^4 = \frac{7!}{4!(7-4)!} = \frac{7!}{4!3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4!3!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3!} = 35$

$C_{12}^3 = \frac{12!}{3!(12-3)!} = \frac{12!}{9!3!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{9!3!} = \frac{12 \times 11 \times 10}{3!} = 220$

$C_{12}^1 = 12$  و  $C_5^3 = C_5^2 = 10$  و  $C_7^3 = C_7^4 = 35$

$C_5^4 = 5$  و  $C_5^0 = 1$  و  $C_7^7 = 1$

**تمرين 14:** لاجتياز امتحان شفوي على كل مترشح أن يجيب على سؤالين مسحوبين عشوائياً من بين خمس أسئلة مقترحة  
حدد عدد الإمكانيات

**الجواب:** عدد الإمكانيات هو عدد التاليفات عنصرين مختارين

من بين 5 أي :  $C_5^2 = 10$

**تمرين 15:**  $A = \{6, 7, 1, 0\}$   $E = \left\{2, 5, 6, 7, 1, 0, \frac{3}{4}\right\}$

$D = \{2\}$   $C = \left\{\frac{3}{4}, 5\right\}$   $B = \left\{\frac{3}{4}, 2, 7, 6, 1\right\}$

(1) تحقق أن A و B و C و D أجزاء من E.

(2) حدد:  $\bar{A}, A \cup B, A \cap B$

(3) حدد عدد أجزاء E التي تحتوي على ثلاث عناصر

(4) حدد عدد أجزاء E التي تحتوي على خمسة عناصر

**الأجوبة (1):** A و B و C و D كلها أجزاء من E.

(2)  $A \cap B$  هو العناصر التي تنتمي إلى المجموعتين

A و B في نفس الوقت إذن :  $A \cap B = \{0; 1; 6\}$

$A \cup B$  هو العناصر التي تنتمي إلى المجموعة A أو تنتمي إلى B

$A \cup B = \left\{0; 1; 2; 5; 6; 7; \frac{3}{4}\right\}$

و  $\bar{A}$  هي العناصر التي لا تنتمي إلى المجموعة A ومنه  $\bar{A} = \left\{2; 5; \frac{3}{4}\right\}$

(3) عدد أجزاء E التي تحتوي على ثلاث عناصر هو :

$C_7^3 = \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{7!}{3!4!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{3!4!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3!} = 35$

نرمز لعدد الترتيبات ب :  $A_3^2 = 3 \times (3-1) = 3 \times 2 = 6$

**تمرين 6:** أحسب :  $A_4^2$  و  $A_5^3$  و  $A_7^4$  و  $A_{10}^4$  و  $A_{10}^3 \times A_{10}^4$

**الأجوبة:**  $A_5^3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$   $A_4^2 = 4 \times 3 = 12$

$A_7^4 = 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$

$\frac{A_6^3 \times A_{10}^4}{A_{10}^5} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7}{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6} = \frac{5 \times 4}{1} = 20$

**تمرين 7:** لتشغيل الهاتف المحمول يجب الضغط على الأزرار الأربعة

التي تحمل الأرقام المكونة للرقن السري حسب ترتيبها وإلا سيغلق تلفانيا

(1) ما عدد الأقفان السرية الممكنة إذا علمت أن الأرقام المكونة لها لا يمكننا تكرارها

(2) ما عدد الأقفان السرية الممكنة إذا علمت أن الأرقام المكونة لها لا يمكننا تكرارها وتتكون فقط من الأرقام التالية فقط: 1 و 2 و 3 و 4

**الجواب:**  $A_{10}^4 = 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040$

$A_4^4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

**تمرين 8:** نعتبر الأرقام التالية : 4 و 5 و 6

حدد عدد الأعداد المكونة من ثلاث أرقام مختلفة الذي يمكن تكوينه باستعمال الأرقام السابقة فقط

**الجواب:** رقم الوحدات يمكن اختياره ب ثلاث كصفات مختلفة لكن رقم العشرات فقط بكيفيتين مختلفتين و رقم المئات بكيفية وحيدة

رقم الوحدات	رقم العشرات	رقم المئات
3	2	1

وحسب المبدأ الأساسي للتعاد فان عدد الأعداد المكونة من رقمين مختلفين الذي يمكن تكوينه

هو :  $card(\Omega) = 3 \times 2 \times 1 = 6$

العدد : 465 عدد يمكن تكوينه ويسمى تبديلة

العدد : 456 عدد يمكن تكوينه ويسمى تبديلة

العدد : 564 عدد يمكن تكوينه ويسمى تبديلة

العدد : 546 عدد يمكن تكوينه ويسمى تبديلة

كم عدد التبديلات ؟ هناك 6 تبديلات ممكنة

نرمز لعدد التبديلات لثلاث أعداد ب :  $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$  و يقرأ

عاطلي 3

**تمرين 9:** أحسب : 4! و 5! و 7! و  $\frac{10 \times 5!}{6 \times 8!}$

**الأجوبة:**  $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$  و  $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

$7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$

$\frac{10 \times 5!}{6 \times 8!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 5!}{6 \times 5! \times 8!} = \frac{10 \times 9}{6} = \frac{10 \times 3 \times 3}{3 \times 2} = \frac{10 \times 3}{2} = 15$

**تمرين 10:** ما عدد الكلمات من ستة حروف لها معنى أو لا

و التي يمكن كتابتهما باستعمال جميع حروف الكلمة " المغرب "

**الجواب:** كلمة " المغرب " تتكون من ستة حروف ومنه عدد

الكلمات من ستة حروف لها معنى أو لا

و التي يمكن كتابتهما هي :  $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$

**تمرين 11:** ما عدد الكلمات من أربع حروف لها معنى أو لا , و التي يمكن تكوينها باستعمال الحروف التالية فقط

$$\frac{10^9}{5^8} = \frac{10 \times 10^8}{5^8} = 10 \times \left(\frac{10}{5}\right)^8 = 10 \times (2)^8 = 2560$$

$$\frac{A_9^4}{A_9^2} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{9 \times 8} = 7 \times 6 = 42$$

$$\frac{9 \times 5!}{8 \times 3!} = \frac{9 \times 8 \times 5!}{8 \times 3!} = \frac{9 \times 5!}{3!} = \frac{9 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!} = 9 \times 5 \times 4 = 180$$

### تمرين 17: السحب تانيا- التاليفات

يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و 5 كرات حمراء

نسحب كرتين من الصندوق في آن واحد

1. حدد عدد السحبات الممكنة أو عدد الامكانيات أو حدد  $card(\Omega)$

حيث  $\Omega$  هو فضاء الإمكانيات

2. حدد عدد امكانيات سحب كرتين بيضاوين

3. حدد عدد امكانيات سحب كرتين حمراوين

4. حدد عدد امكانيات سحب كرتين من نفس اللون

5. حدد عدد امكانيات سحب كرتين من لون مختلف

$$\frac{8!}{2!(8-2)!} = \frac{8!}{2!6!} = \frac{8 \times 7 \times 6!}{2!6!} = \frac{8 \times 7}{2!} = 28 \quad \text{(الاجوبة: 1)}$$

$$card(\Omega) = C_8^2$$

$$C_5^2 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2!3!} = \frac{5 \times 4}{2!} = 10 \quad (3) \quad C_3^2 = 3 \quad (2)$$

4) سحب كرتين من نفس اللون أي سحب كرتين بيضاوين

أو كرتين حمراوين  $C_3^2 + C_5^2 = 3 + 10 = 13$

5) سحب كرتين من لون مختلف أي سحب كرة واحدة بيضاء و كرة

واحدة حمراء اذن:  $C_3^1 \times C_5^1 = 3 \times 5 = 15$

### تمرين 18: يحتوي صندوق غير كاشف على 4 كرات بيضاء و

5 كرات حمراء و 3 كرات سوداء

نسحب عشوائيا ثلاث كرات من الصندوق في آن واحد

1. حدد عدد السحبات الممكنة أو عدد الامكانيات أو حدد  $card(\Omega)$

حيث  $\Omega$  هو فضاء الإمكانيات

2. حدد عدد امكانيات سحب ثلاث كرات بيضاء

3. حدد عدد امكانيات سحب ثلاث كرات سوداء "

4. حدد عدد امكانيات سحب ثلاث كرات حمراء "

5. حدد عدد امكانيات سحب ثلاث كرات من نفس اللون

6. حدد عدد امكانيات سحب ثلاث كرات من لون مختلف

(الاجوبة: 1)  $card(\Omega) = C_{12}^3$  ومنه

$$C_{12}^3 = \frac{12!}{3!(12-3)!} = \frac{12!}{3!9!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{3!9!} = \frac{12 \times 11 \times 10}{3!} = \frac{6 \times 2 \times 11 \times 10}{6} = 220$$

$$C_3^3 = 1 \quad (3) \quad C_4^3 = 4 \quad (2)$$

$$C_5^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2!3!} = \frac{5 \times 4}{2!} = 10 \quad (4)$$

5) سحب 3 كرات من نفس اللون أي سحب 3 كرات بيضاء أو 3

كرات حمراء أو 3 كرات سوداء

أي  $C_4^3 + C_5^3 + C_3^3 = 4 + 10 + 1 = 15$

(4) عدد أجزاء  $E$  التي تحتوي على خمسة عناصر هو :

$$C_7^5 = \frac{7!}{5!(7-5)!} = \frac{7!}{5!2!} = \frac{7 \times 6 \times 5!}{5!2!} = \frac{7 \times 6}{2!} = 21$$

تمرين 16: أحسب:  $C_6^2$  و  $C_8^3$  و  $C_{12}^4$  و  $C_{11}^3$  و

$$C_8^4 \text{ و } C_8^5$$

$$\text{و } C_{10}^1 \text{ و } C_8^8 \text{ و } C_{12}^0 \text{ و } C_{11}^8$$

الاجوبة:

$$C_6^2 = \frac{6!}{2!(6-2)!} = \frac{6!}{2!4!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{2!4!} = \frac{6 \times 5}{2!} = 15$$

$$C_8^3 = \frac{8!}{3!(8-3)!} = \frac{8!}{3!5!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{3!5!} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 8 \times 7 = 56$$

$$C_{12}^4 = \frac{12!}{4!(12-4)!} = \frac{12!}{8!4!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8!}{8!4!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 990$$

$$C_{11}^3 = \frac{11!}{3!(11-3)!} = \frac{11!}{8!3!} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8!}{8!3!} = \frac{11 \times 2 \times 5 \times 3 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 165$$

$$C_8^5 = \frac{8!}{5!(8-5)!} = \frac{8!}{5!3!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5!3!} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$$

نلاحظ أن:  $C_8^3 = C_8^5$  حسب الخاصية:  $C_n^p = C_n^{n-p}$

نلاحظ كذلك أن:  $C_6^4 = C_6^2 = 15$

$C_{10}^1 = n$  حسب الخاصية:  $C_n^1 = n$

$C_8^8 = 1$  حسب الخاصية:  $C_n^n = 1$

$C_{12}^0 = 1$  حسب الخاصية:  $C_n^0 = 1$

نلاحظ أن:  $C_{11}^3 = C_{11}^8 = 165$  حسب الخاصية:  $C_n^p = C_n^{n-p}$

تمرين 16: أحسب:  $A_8^5$  و  $A_7^3$  و  $\frac{12!}{10!}$  و  $\frac{12 \times 7!}{10 \times 8!}$

$$\frac{9 \times 5!}{8 \times 3!} \text{ و } \frac{A_9^4}{A_9^2} \text{ و } \frac{10^9}{5^8} \text{ و } \frac{9 \times 7!}{5 \times 8!}, \frac{8 \times 3}{7!}, \text{ و } \frac{A_8^2 \times A_{10}^4}{A_8^5}$$

الاجوبة:  $A_8^5 = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 6720$   $A_7^3 = 7 \times 6 \times 5 = 210$

$$\frac{A_6^3 \times A_{10}^4}{A_{10}^5} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7}{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6} = \frac{5 \times 4}{1} = 20$$

$$\frac{12 \times 7!}{10 \times 8!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 7!}{10 \times 8 \times 7!} = \frac{12 \times 11}{8} = \frac{4 \times 3 \times 11}{4 \times 2} = \frac{33}{2}$$

$$\frac{A_8^2 \times A_{10}^4}{A_8^5} = \frac{8 \times 7 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7}{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4} = \frac{5 \times 2 \times 3 \times 3 \times 4 \times 2 \times 7}{6 \times 5 \times 4} = \frac{3 \times 2 \times 7}{1} = 42$$

$$\frac{8 \times 3}{7!} = \frac{8 \times 7 \times 3}{7!} = \frac{8 \times 3}{1} = 24 \quad \text{و} \quad \frac{12!}{10!} = \frac{12 \times 11 \times 10!}{10!} = \frac{12 \times 11}{1} = 132$$

$$\frac{9 \times 7!}{5 \times 8!} = \frac{9 \times 8 \times 7!}{5 \times 8!} = \frac{9 \times 7!}{5!} = \frac{9 \times 7 \times 6 \times 5!}{5!} = 9 \times 7 \times 6 = 378$$

**تمرين 20:** يحتوي صندوق غير كاشف على كرتين سوداوين

مرقمتين 1 و 2

و يحتوي أيضا على 5 كرات صفراء مرقمة 1 و 2 و 3 و 4 و 5

نسحب عشوائيا كرتين من الصندوق في آن واحد

1. حدد عدد السحبات الممكنة أو عدد الامكانيات
2. حدد عدد امكانيات سحب كرتين صفراوين
3. حدد عدد امكانيات سحب كرتين من نفس اللون
4. حدد عدد امكانيات الحصول على رقمين زوجيين
5. حدد عدد امكانيات سحب كرتين مختلفتين اللون

**(الأجوبة: 1)**

$$card\Omega = C_7^2 = \frac{7!}{2!(7-2)!} = \frac{7!}{2!5!} = \frac{7 \times 6 \times 5!}{2!5!} = 21$$

$$C_5^2 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2!3!} = \frac{5 \times 4}{2!} = 10$$

$$C_2^2 + C_3^2 = 1 + 10 = 11$$

$$C_3^3 = 3$$

(5) سحب 3 كرات من لون مختلف

يعني سحب كرة واحدة حمراء وواحدة سوداء كرة واحدة بيضاء

$$C_3^1 \times C_4^1 \times C_5^1 = 3 \times 4 \times 5 = 60$$

**تمرين 21:** يحتوي صندوق على إحدى عشرة كرة: 4 بيضاء و 5

سوداء و كرتان زرقاوان. نسحب عشوائيا و ثانيا ثلاث كرات من

الصندوق (يعني سحب ثلاث كرات في آن واحد).

1. ما عدد السحبات الممكنة أو عدد الامكانيات؟
2. ما عدد السحبات التي نحصل فيها على ثلاث كرات من نفس اللون؟
3. ما عدد السحبات التي نحصل فيها على كرتين بيضاوين بالضبط؟

**(الأجوبة: 1)**

$$card\Omega = C_{11}^3 = \frac{11!}{3!(11-3)!} = \frac{11!}{3!8!} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8!}{3!8!} = \frac{11 \times 5 \times 2 \times 3 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 165$$

(2) سحب 3 كرات من نفس اللون أي سحب 3 كرات بيضاء أو 3 كرات سوداء

$$C_4^3 + C_5^3 = 4 + 10 = 14$$

(2) سحب كرتين بيضاوين بالضبط أي سحب كرتين بيضاوين و كرة من الألوان المتبقية

$$أي C_4^2 \times C_7^1 = 6 \times 7 = 42$$

**تمرين 22:** السحب بدون إحلال- الترتيبات بدون تكرار

يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق

1. حدد عدد السحبات الممكنة أو عدد الامكانيات أو حدد  $card(\Omega)$

حيث  $\Omega$  هو فضاء الإمكانيات

2. حدد عدد امكانيات سحب كرتين بيضاوين
3. حدد عدد امكانيات سحب كرتين سوداوين
4. حدد عدد امكانيات سحب كرتين من نفس اللون
5. حدد عدد امكانيات سحب كرتين من لون مختلف

**(الأجوبة: 1)**  $card(\Omega) = A_7^2 = 7 \times 6 = 42$

$$A_4^2 = 4 \times 3 = 12 \quad (3) \quad A_3^2 = 3 \times 2 = 6$$

(6) سحب 3 كرات من لون مختلف يعني سحب كرة واحدة حمراء

وواحدة سوداء كرة واحدة بيضاء

$$C_3^1 \times C_4^1 \times C_5^1 = 3 \times 4 \times 5 = 60$$

**تمرين 19:** يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و 4

كرات حمراء و 3 كرات سوداء

نسحب عشوائيا ثلاث كرات من الصندوق في آن واحد

1. حدد عدد السحبات الممكنة أو عدد الامكانيات أو حدد  $card(\Omega)$

حيث  $\Omega$  هو فضاء الإمكانيات

2. حدد عدد امكانيات سحب ثلاث كرات بيضاء
3. حدد عدد امكانيات سحب ثلاث كرات حمراء "
4. حدد عدد امكانيات سحب ثلاث كرات من نفس اللون
5. حدد عدد امكانيات سحب ثلاث كرات من لون مختلف
6. حدد عدد امكانيات سحب كرة واحدة سوداء فقط
7. حدد عدد امكانيات سحب كرتين حمراوين فقط

**(الأجوبة: 1)**  $card(\Omega) = C_{10}^3$

$$C_{10}^3 = \frac{10!}{3!(10-3)!} = \frac{10!}{3!7!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{3!7!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{6} = \frac{5 \times 2 \times 3 \times 3 \times 8}{6} = 120$$

$$C_3^3 = 1 \quad (2) \quad لأننا نعلم ن : C_n^n = 1$$

$$C_4^3 = 4 \quad (3) \quad لأننا نعلم ن : C_n^{n-1} = n$$

(4) سحب 3 كرات من نفس اللون أي سحب 3 كرات بيضاء أو 3 كرات حمراء أو 3 كرات سوداء

$$أي C_3^3 + C_4^3 + C_5^3 = 1 + 4 + 1 = 6$$

(5) سحب 3 كرات من لون مختلف يعني سحب كرة واحدة حمراء

وواحدة سوداء كرة واحدة بيضاء

$$C_3^1 \times C_4^1 \times C_5^1 = 3 \times 4 \times 3 = 36$$

(6) سحب كرة واحدة سوداء فقط يعني كرة واحدة سوداء وكرتين غير

سوداوين يعني مسحوبة من بين الألوان الأخرى

$$C_3^1 \times C_7^2 = 3 \times C_7^2$$

$$نحسب C_7^2 = \frac{7!}{2!(7-2)!} = \frac{7!}{2!5!} = \frac{7 \times 6 \times 5!}{2!5!} = \frac{7 \times 6}{2!} = 21$$

$$ومنه عدد الامكانيات هو : C_3^1 \times C_7^2 = 3 \times 21 = 63$$

(7) سحب كرتين حمراوين فقط يعني سحب كرتين حمراوين وكررة ثالثة

من بين الألوان الأخرى

$$C_6^1 \times C_4^2 = 6 \times C_4^2$$

$$C_4^2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2!2!} = \frac{4 \times 3}{2!} = 6$$

$$ومنه عدد الامكانيات هو : C_6^1 \times C_4^2 = 6 \times 6 = 36$$

## تمارين للبحث

**تمرين 1:** يحتوي صندوق على إحدى عشرة كرة: 4 بيضاء و 5 سوداء و كرتان زرقاوان. نسحب عشوائيا و ثانيا ثلاث كرات من الصندوق (يعني سحب ثلاث كرات في آن واحد).

4. ما عدد النتائج الممكنة؟

5. ما عدد السحبات التي نحصل فيها على ثلاث كرات من نفس اللون؟

6. ما عدد السحبات التي نحصل فيها على كرتين بيضاوين بالضبط؟

**تمرين 2:** يحتوي صندوق على 16 ببدقة: 4 حمراء و 7 بيضاء و 5 سوداء. نسحب عشوائيا بالتتابع و بدون إحلال. أربع بيدقات من الصندوق (يعني سحب ببدقة نسجل لونها و لا نعيدها إلى الصندوق). نكرر هذه العملية أربع مرات.

1. ما عدد النتائج الممكنة؟

2. ما عدد السحبات التي نحصل فيها على أربع بيدقات كلها بيضاء؟

3. ما عدد السحبات التي نحصل فيها على ببدقة بيضاء في السحبة الأولى فقط؟

**تمرين 3:** يحتوي كيس على 12 كرة مرقمة من 1 إلى 12 (كل كرة تحمل رقما) نسحب عشوائيا بالتتابع و بإحلال ثلاث كرات من الكيس. (يعني نسحب كرة نسجل رقمها ثم نعيدها إلى الصندوق نكرر هذه العملية ثلاث مرات متتالية).

1. ما عدد النتائج الممكنة؟

2. ما عدد السحبات التي نحصل فيها على ثلاثة أعداد كلها قابلة للقسمة على 3؟

3. ما عدد السحبات التي نحصل فيها على ثلاثة أعداد كلها فردية و كلها قابلة للقسمة على 3؟

**تمرين 4:** يحتوي صندوق غير كاشف على 4 كرات بيضاء و 6 كرات حمراء و 8 كرات سوداء و كرتين صفراوين

1. نسحب عشوائيا كرتين من الصندوق في آن واحد

2. حدد عدد الإمكانيات

3. حدد عدد الإمكانيات التي تحتوي على كرتين بيضاوين

4. حدد عدد الإمكانيات التي تحتوي على كرتين سوداوين

5. حدد عدد الإمكانيات التي تحتوي على كرتين صفراوين

6. حدد عدد الإمكانيات التي تحتوي على كرتين من نفس اللون

**تمرين 5:** يحتوي صندوق غير كاشف على 5 كتب للغة العربية و 4 كتب للغة الفرنسية و 4 كتب للرياضيات

1. نسحب عشوائيا ثلاث كتب من الصندوق في آن واحد

2. حدد عدد الإمكانيات

3. حدد عدد الإمكانيات سحب ثلاث كتب للغة العربية

4. حدد عدد الإمكانيات سحب ثلاث كتب للغة الفرنسية

5. حدد عدد الإمكانيات سحب ثلاث كتب للرياضيات

6. حدد عدد الإمكانيات سحب كتاب من كل مادة

**تمرين 6:** يتكون قسم من 37 تلميذا و يمارس كل تلميذ من هذا القسم لعبة على الأقل من بين اللعبتين كرة القدم و كرة السلة. إذا علمت أن 30 تلميذا يلعبون كرة القدم و 20 يلعبون كرة السلة.

أحسب عدد التلاميذ الذين يمارسون اللعبتين معا.

**تمرين 7:** يتكون قسم من 38 تلميذا: 20 أنثى و 18 ذكرا.

نريد تكوين لجنة من 4 تلاميذ في هذا القسم.

1. كم عدد اللجان التي يمكن تكوينها؟

2. كم عدد اللجان التي يمكن تكوينها إذا علمت أن 3 تلاميذ معلومين يرفضون ترشيح أنفسهم؟

3. كم عدد اللجان التي تضم تلميذين و تلميذتين؟

4. كم عدد اللجان التي يمكن تكوينها بحيث لا تحتوي على التلميذين حسن و أحمد في نفس الوقت؟

4) سحب كرتين من نفس اللون أي سحب كرتين بيضاوين

$$A_3^2 + A_4^2 = 3 \times 2 + 4 \times 3 = 18$$

5) سحب كرتين من لون مختلف أي سحب كرة واحدة بيضاء و كرة واحدة سوداء

$$C_3^1 \times C_4^1 = 3 \times 4 = 12$$

**تمرين 23:** يحتوي صندوق غير كاشف على 4 كرات بيضاء و 5 كرات سوداء نسحب عشوائيا بالتتابع و بدون إحلال ثلاث كرات من الصندوق

1. حدد عدد السحبات الممكنة أو عدد الإمكانيات أو حدد  $card(\Omega)$

حيث  $\Omega$  هو فضاء الإمكانيات

2. حدد عدد إمكانيات سحب ثلاث كرات بيضاء

3. حدد عدد إمكانيات سحب ثلاث كرات سوداء

4. حدد عدد إمكانيات سحب ثلاث كرات من نفس اللون

$$card(\Omega) = A_9^3 = 9 \times 8 \times 7 = 504 \quad (1)$$

$$A_3^3 = 5 \times 4 \times 3 = 60 \quad (3) \quad A_4^3 = 4 \times 3 \times 2 = 24 \quad (2)$$

$$A_4^3 + A_5^3 = 4 \times 3 \times 2 + 5 \times 4 \times 3 = 24 + 60 = 84 \quad (4)$$

**تمرين 24: السحب بإحلال - الترتيبات بتكرار:**

يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء نسحب عشوائيا بالتتابع و بإحلال كرتين من الصندوق :

1. حدد عدد السحبات الممكنة أو عدد الإمكانيات أو حدد  $card(\Omega)$

حيث  $\Omega$  هو فضاء الإمكانيات

2. حدد عدد إمكانيات سحب كرتين بيضاوين

3. حدد عدد إمكانيات سحب كرتين سوداوين

4. حدد عدد إمكانيات سحب كرتين من نفس اللون

5. حدد عدد إمكانيات سحب كرتين من لون مختلف

$$card(\Omega) = 7 \times 7 = 7^2 = 49 \quad (1)$$

$$4 \times 4 = 16 \quad (3) \quad 3 \times 3 = 9 \quad (2)$$

$$3 \times 3 + 4 \times 4 = 25 \quad (4)$$

$$49 - 25 = 24 \quad (5)$$

**تمرين 25:** يحتوي صندوق غير كاشف على 4 كرات بيضاء و 5 كرات سوداء نسحب عشوائيا بالتتابع و بإحلال كرتين من الصندوق :

1. حدد عدد السحبات الممكنة أو عدد الإمكانيات

2. حدد عدد إمكانيات سحب كرتين بيضاوين

3. حدد عدد إمكانيات سحب كرتين سوداوين

4. حدد عدد إمكانيات سحب كرتين من نفس اللون

5. حدد عدد إمكانيات سحب كرتين من لون مختلف

$$card(\Omega) = 9 \times 9 = 9^2 = 81 \quad (1)$$

$$5 \times 5 = 25 \quad (3) \quad 4 \times 4 = 16 \quad (2)$$

$$4 \times 4 + 5 \times 5 = 41 \quad (4)$$

$$81 - 41 = 40 \quad (5)$$



« c'est en forgeant que l'on devient forgeron »  
dit un proverbe.  
c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs  
et exercices que l'on devient un mathématicien