

## نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

### I \_ نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين :

(1) – تعريف :

$a$  و  $a'$  و  $b$  و  $b'$  و  $c$  و  $c'$  أعداد حقيقية غير منعدمة .  
كل كتابة على شكل :  
$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$$
  
تسمى نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين هما العددان الحقيقيان  $x$  و  $y$ .

(2) – مثال :

$$\begin{cases} 3x - 2y + 5 = 0 \\ x + 2y - 3 = 0 \end{cases} \text{ : نعتبر النظمة الآتية :}$$

### II \_ حل النظمة :

(1) – تعاريف :

\* / حل نظمة هو تحديد الأزواج  $(x; y)$  التي تحقق معادلتين هذه النظمة .  
\* / حل نظمة ينقسم إلى قسمين :  
-- الحل الجبري ، و هو نوعان : طريقة التعويض و طريقة التآلفية الخطية .  
-- الحل المبياني .

(2) – أمثلة :

(أ) -- الحل الجبري لنظمة معادلتين :

\* / طريقة التعويض : لنحل النظمة :  
(E) : 
$$\begin{cases} (1) \ 2x + y = 11 \\ (2) \ x + 3y = 18 \end{cases}$$

في المعادلة (1) نحسب  $y$  بدلالة  $x$  . إذن :  $y = 11 - 2x$  .

في المعادلة (2) نعوض  $y$  بالقيمة  $11 - 2x$  ثم نحسب  $x$  . إذن :

$$x + 3(11 - 2x) = 18$$

$$x + 33 - 6x = 18$$

$$x - 6x = 18 - 33$$

$$-5x = -15$$

$$x = \frac{-15}{-5}$$

$$x = 3$$

و منه فإن :

$$y = 11 - 2 \times 3$$

$$y = 11 - 6$$

$$y = 5$$

و بالتالي الزوج (3;5) هو حل هذه النظام (E).

(F) : 
$$\begin{cases} (1) & 2x + 3y = 5 \\ (2) & 5x + 6y = 14 \end{cases}$$
 لنحل النظام : \* / طريقة التآلفية الخطية :

$$\begin{cases} -4x - 6y = -10 \\ 5x + 6y = 14 \end{cases}$$

بضرب طرفي المعادلة (1) في العدد -2 نحصل على النظام :

بجمع المعادلتين المحصل عليهما طرف بطرف نحصل على :

$$-4x - 6y + 5x + 6y = -10 + 14$$

$$-4x + 5x - 6y + 6y = 4$$

$$x = 4$$

بضرب طرفي المعادلة (1) في العدد 5 و طرفي المعادلة (2) في العدد -2 نحصل على النظام :

$$\begin{cases} 10x + 15y = 25 \\ -10x - 12y = -28 \end{cases}$$

بجمع المعادلتين المحصل عليهما طرف بطرف نحصل على :

$$10x + 15y - 10x - 12y = 25 - 28$$

$$10x - 10x + 15y - 12y = -3$$

$$3y = -3$$

$$y = \frac{-3}{3}$$

$$y = -1$$

و بالتالي الزوج (4; -5) هو حل النظام (F).

(ب) -- الحل المبياني لنظام معادلتين :

(S) : 
$$\begin{cases} 4x - y - 2 = 0 \\ 2x - y + 2 = 0 \end{cases}$$
 لنحل النظام :

ليكن  $(D_1)$  المستقيم الذي معادلته :  $4x - y - 2 = 0$ .

ليكن  $(D_2)$  المستقيم الذي معادلته :  $2x - y + 2 = 0$ .

لنحدد المعادلة المختصر لكل من المستقيمين  $(D_1)$  و  $(D_2)$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} (D_1) : y = 4x - 2 \\ (D_2) : y = 2x + 2 \end{array} \right. \quad \text{لدينا :}$$

نلاحظ أن المستقيمين  $(D_1)$  و  $(D_2)$  ليس لهما نفس الميل ، إذن فهما مستقيمان متقاطعان .

و بالتالي للنظمة حلا وحيدا هو زوج إحداثيتي نقطة تقاطع المستقيمين  $(D_1)$  و  $(D_2)$  .

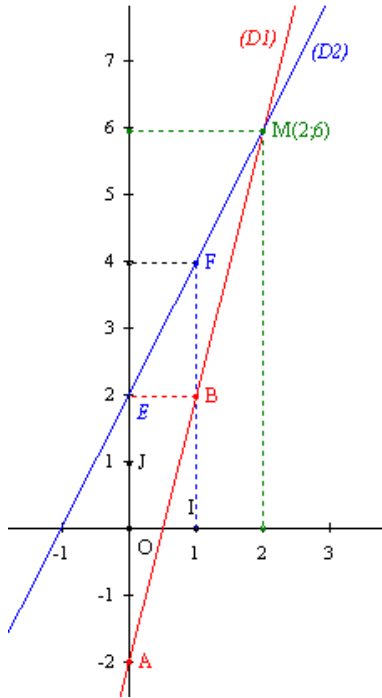
لتكن  $M(x_M; y_M)$  نقطة تقاطع المستقيمين  $(D_1)$  و  $(D_2)$  . لنحدد زوج إحداثيتي  $M$  .

نعتبر المستوى منسوباً إلى معلم متعامد ممنظم  $(O; I; J)$  .

لننشئ المستقيمين  $(D_1)$  و  $(D_2)$  .

	$(D_2)$	
$x$	0	1
$y$	2	4
$M(x; y)$	$E(0; 2)$	$F(1; 4)$

	$(D_1)$	
$x$	0	1
$y$	-2	2
$M(x; y)$	$A(0; -2)$	$B(1; 2)$



نلاحظ من خلال المبيان أن :  $M(2; 6)$

و بالتالي الزوج  $(2; 6)$  هو حل النظمة  $(S)$  .

**\* / ملاحظة هامة :**

-- إذا كان للمستقيمين نفس الميل نقول أنهما متوازيان قطعاً و أن النظمة ليس لها حل .

-- إذا كان للمستقيمين نفس الميل و نفس الأرتوب عند الأصل نقول أنهما متوازيان منطبقان و أن ما لانهاية من الأزواج حلول للنظمة .

(1) – قاعدة :

لحل مسألة نتبع المراحل التالية :  
-- اختيار المجهولين .  
-- صياغة النظمة .  
-- حل النظمة ( جبريا ) .  
-- التحقق من الحل .  
-- الرجوع إلى المسألة .

(2) – مثال :

ساهمت مجموعة تتكون من 20 فردا ( أساتذة و تلاميذ )، في شراء مجموعة من الكتب لخزانة المدرسة بثمن 320 درهما .  
إذا علمت أن كل أستاذ ساهم ب 30 درهم و أن كل تلميذ ساهم ب 10 دراهم، فما هو إذن عدد الأساتذة و ما هو عدد التلاميذ المساهمين ؟

(1) – اختيار المجهولين :

ليكن  $x$  هو عدد التلاميذ المساهمين و  $y$  هو عدد الأساتذة المساهمين .

(2) – صياغة النظمة :

عدد الأفراد الذين ساهموا هو 20 فردا من بينهم أساتذة و تلاميذ ، إذن :  $x + y = 20$  .  
ساهم كل أستاذ ب 30 درهم و ساهم كل تلميذ ب 10 دراهم بحيث مطجموع كمساهماتهم يساوي 320 درهما ، إذن :  $10x + 30y = 320$  .

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 10x + 30y = 320 \end{cases} \text{ : إذن النظمة هي}$$

(3) – حل النظمة :

باتباع إحدى الطريقتين المذكرتين أعلاه نحصل على :  $x = 14$  و  $y = 6$  .

(4) – التحقق من الحل :

$$\text{لدينا : } 14 + 6 = 20 \text{ و } 10 \times 14 + 30 \times 6 = 140 + 180 = 320$$

إذن الزوج (14;6) هو حل النظمة أعلاه .

(5) – الرجوع إلى المسألة :

عدد التلاميذ هو : 14 .

عدد الأساتذة هو : 6 .