

سلسلة تمارين

المملكة المغربية



وزارة التربية الوطنية

والتكوين المهني

الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين

جهة الدار البيضاء الكبرى

نيابة المحمدية

نظمت معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

المستوى : الثالثة ثانوي إعدادي

من إعداد الأستاذ : المهدي عيسى

تمارين ①

(1) - لنحل جبرياً النظام الآتي :

(أ) - باستعمال طريقة التعويض :

$$* / \text{ حل النظام : } \begin{cases} 3x + y = 5 & (1) \\ 2x - 5y = 9 & (2) \end{cases}$$

-/ لنحدد y بدلالة x في المعادلة (1) :

$$3x + y = 5 \quad \text{يعني أن} \quad (3) \quad y = 5 - 3x$$

-/ لنعوض y بقيمتها في المعادلة (2) :

$$2x - 5y = 9 \quad \text{يعني أن} \quad 2x - 5(5 - 3x) = 9 \quad \text{و منه فإن} \quad 2x - 25 + 15x = 9$$

$$2x + 15x = 9 + 25$$

$$17x = 34$$

$$x = \frac{34}{17}$$

$$x = 2$$

-/ لنعوض x بقيمتها في المعادلة (3) :

$$y = 5 - 3x \quad \text{يعني أن} \quad y = 5 - 3 \times 2$$

$$y = 5 - 6$$

$$y = -1$$

و بالتالي حل هذه النظام هو الزوج $(-1; 2)$

$$* / \text{ حل النظام : } \begin{cases} x - 2y + 3 = 0 & (1) \\ 2x - 4y + 2 = 0 & (2) \end{cases}$$

-/ لنحدد x بدلالة y في المعادلة (1) :

$$x - 2y + 3 = 0 \quad \text{يعني أن} \quad (3) \quad x = 2y - 3$$

-/ لنعوض x بقيمتها في المعادلة (2) :

$$2x - 4y + 2 = 0 \quad \text{يعني أن} \quad 2(2y - 3) - 4y + 2 = 0 \quad \text{و منه فإن} \quad 4y - 6 - 4y + 2 = 0$$

$$\text{أي} \quad 0y - 4 = 0 \quad \text{و منه فإن} \quad 0y = 4 \quad (\text{لا يمكن})$$

و بالتالي فإن هذه النظام ليس لها حل

$$/* \text{ حل النظام : } \begin{cases} 2x + y - 7 = 0 & (1) \\ -4x - 2y = -14 & (2) \end{cases}$$

-/ لنحدد y بدلالة x في المعادلة (1) :

$$2x + y - 7 = 0 \text{ يعني أن : } (3) \quad y = -2x + 7$$

-/ لنعوض y بقيمتها في المعادلة (2) :

$$-4x - 2y = -14 \text{ يعني أن : } -4x - 2(-2x + 7) = -14 \text{ و منه فإن : } -4x + 4x - 14 = -14$$

$$0x = -14 + 14$$

$$0x = 0$$

و بالتالي فإن ما لا نهاية من الأزواج حلول هذه النظام.

(ب) - باستعمال طريقة التأييف الخطية :

$$/* \text{ حل النظام : } \begin{cases} x + 2y = 1 & (1) \\ -x + 4y = 3 & (2) \end{cases}$$

-/ بجمع المعادلتين (1) و (2) طرفا بطرف نحصل على ما يلي :

$$x + 2y - x + 4y = 1 + 3 \text{ يعني أن : } 6y = 4 \text{ و منه فإن : } y = \frac{4}{6} \text{ أي : } y = \frac{2}{3}$$

-/ بضرب طرفي المعادلة (1) في 2 نحصل على : (3) $-2x - 4y = -2$

-/ بجمع المعادلتين (2) و (3) طرفا بطرف نحصل على ما يلي :

$$-x + 4y - 2x - 4y = 3 - 2 \text{ يعني أن : } -3x = 1 \text{ و منه فإن : } x = \frac{-1}{3}$$

و بالتالي الزوج $\left(\frac{-1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ حل هذه النظام.

$$/* \text{ حل النظام : } \begin{cases} 2x + y = 3 & (1) \\ 3x - 2y - 2 = 0 & (2) \end{cases}$$

-/ بضرب طرفي المعادلة (1) في 2 نحصل على : (3) $4x + 2y = 6$

-/ بجمع المعادلتين (2) و (3) طرفا بطرف نحصل على ما يلي :

$$3x - 2y - 2 + 4x + 2y = 6 \text{ يعني أن : } 7x - 2 = 6 \text{ و منه فإن : } 7x = 6 + 2 \text{ و بالتالي فإن : } x = \frac{8}{7}$$

$$/* \text{ بضرب طرفي المعادلة (1) في } -3 \text{ و طرفي المعادلة (2) في } 2 \text{ نحصل على : } \begin{cases} -6x - 3y = -9 & (4) \\ 6x - 4y - 4 = 0 & (5) \end{cases}$$

-/ بجمع المعادلتين (4) و (5) طرفا بطرف نحصل على :

$$-6x - 3y + 6x - 4y - 4 = -9 \text{ يعني أن : } -7y = -9 + 4 \text{ و منه فإن : } y = \frac{-5}{-7} = \frac{5}{7}$$

و بالتالي الزوج $\left(\frac{8}{7}; \frac{5}{7}\right)$ حل هذه النظام.

$$/* \text{ حل النظام : } \begin{cases} -3x+2y=1 & (1) \\ 6x-4y+5=0 & (2) \end{cases}$$

/* بضرب طرفي المعادلة (1) في 2 نحصل على : (3) $-6x+4y=2$

/* بجمع المعادلتين (2) و (3) طرفا بطرف نحصل على :

$6x-4y+5-6x+4y=2$ يعني أن : $0x+0y=2$ لا يمكن و منه فإن هذه النظام ليس لها حل.

$$/* \text{ حل النظام : } \begin{cases} x+2y-1=0 & (1) \\ -2x-4y+2=0 & (2) \end{cases}$$

/* بضرب طرفي المعادلة (1) في 2 نحصل على : (3) $2x+4y-2=0$

/* بجمع المعادلتين (2) و (3) طرفا بطرف نحصل على :

$$-2x-4y+2+2x+4y-2=0 \text{ يعني أن : } 0x+0y=0$$

إذن ما لا نهاية من الأزواج حلول هذه النظام.

(2) - لنحل ميانيا النظام الآتية :

$$/* \text{ حل النظام : } \begin{cases} 3x+y-1=0 & (1) \\ 6x+2y-2=0 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (D) : 3x+y-1=0 \\ (\Delta) : 6x+2y-2=0 \end{cases} \text{ نعتبر } (D) \text{ و } (\Delta) \text{ مستقيمين بحيث :}$$

$$\begin{cases} (D) : y=-3x+1 \\ (\Delta) : y=-3x+1 \end{cases} \text{ و منه لدينا :}$$

نلاحظ أن للمستقيمين (D) و (Δ) نفس الميل و نفس الأرتوب عند الأصل ، إذن : $(D) = (\Delta)$.
و بالتالي فإن : ما لا نهاية من الأزواج حلول هذه النظام.

$$/* \text{ حل النظام : } \begin{cases} -3x-2y=-3 \\ 6x+4y+1=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (D) : -3x-2y=-3 \\ (\Delta) : 6x+4y+1=0 \end{cases} \text{ نعتبر } (D) \text{ و } (\Delta) \text{ مستقيمين بحيث :}$$

$$\begin{cases} (D) : y = \frac{-3}{2}x + \frac{3}{2} \\ (\Delta) : y = \frac{-3}{2}x - \frac{1}{4} \end{cases} \text{ و منه لدينا :}$$

نلاحظ أن للمستقيمين (D) و (Δ) نفس الميل وليس ههما نفس الأرتوب عند الأصل ، إذن $(D) // (\Delta)$.
و بالتالي فإن : هذه النظام ليس لها حل.

$$/* \text{ حل النظام : } \begin{cases} -x + y + 3 = 0 \\ 2x - y - 4 = 0 \end{cases}$$

نعتبر (D) و (Δ) مستقيمين بحيث :

$$\begin{cases} (D) : -x + y + 3 = 0 \\ (\Delta) : 2x - y - 4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (D) : y = x - 3 \\ (\Delta) : y = -2x - 4 \end{cases} \text{ و منه لدينا :}$$

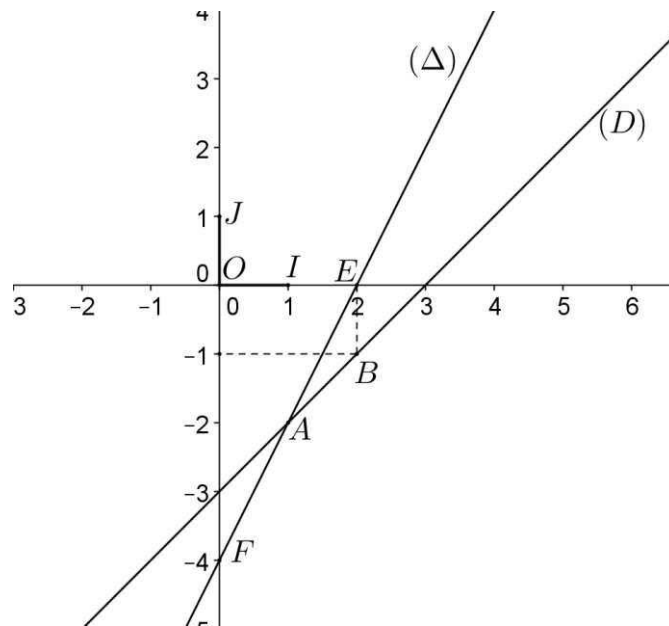
نلاحظ أن المستقيمين (D) و (Δ) ليس هُما نفس الخط ، إذن : (D) و (Δ) متقاطعان.
لنحدد إحداثيتي نقطة تقاطع (D) و (Δ) .

/* نعتبر المستوى منسوبا إلى معلم متعامد ممنظم $(O; I; J)$.

لتكن A و B نقطتين من (D) و E و F نقطتين من (Δ) بحيث :

x	2	0
y	0	-4
$M(x; y)$	$E(2; 0)$	$F(0; -4)$

x	1	2
y	-2	-1
$M(x; y)$	$A(1; -2)$	$B(2; -1)$



نلاحظ من خلال إظهار أن المستقيمين (D) و (Δ) يتقاطعان في النقطة A .
و بالتالي فإن حل هذه النظام هو زوج إحداثيتي A ، أي : $(1; -2)$.

تمرين ② :

(1) - اختيار المجهولين :

نعتبر x ثمن الكيلوغرام الواحد من الطماطم و y ثمن الكيلوغرام الواحد من البطاطس .

(2) - صياغة النظمة :

عند شراء 3 kg من الطماطم و 4 kg من البطاطس سيكون لدينا : $3x + 4y + 12 = 47$
و عند شراء 2 kg من الطماطم و 8 kg من البطاطس سيكون لدينا : $2x + 8y + 5 = 47$

$$\begin{cases} 3x + 4y + 12 = 47 \\ 2x + 8y + 5 = 47 \end{cases} \text{ إذن النظمة هي :}$$

(3) - حل النظمة :

$$\begin{cases} 3x + 4y = 47 - 12 \\ 2x + 8y = 47 - 5 \end{cases} \text{ النظمة تكافئ على التوالي :}$$

$$\begin{cases} 3x + 4y = 35 & (1) \\ x + 8y = 42 & (2) \end{cases}$$

*/ بضرب طرفي المعادلة (1) في (-2) نحصل على : (3) $-6x - 8y = -70$

*/ بجمع المعادلتين (2) و (3) طرفا بطرف نحصل على :

$$2x + 8y - 6x - 8y = 42 - 70 \quad \text{يعني أن} \quad -4x = -28 \quad \text{و منه فإن} \quad x = \frac{-28}{-4} \quad \text{أي} \quad x = 7$$

*/ لنعوض x بقيمتها في المعادلة (1) :

$$3x + 4y = 35 \quad \text{يعني أن} \quad 3 \times 7 + 4y = 35 \quad \text{و منه فإن} \quad 4y = 35 - 21 \quad \text{أي} \quad 4y = 14 \quad \text{و منه فإن} \quad y = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$$

و بالتالي الزوج $\left(7; \frac{7}{2}\right)$ هو حل هذه المتراجحة.

(4) - الرجوع إلى المسألة :

ثمن الكيلوغرام الواحد من الطماطم هو : 7 دراهم.

ثمن الكيلوغرام الواحد من البطاطس هو : $\frac{7}{2}$ درهما أي : 3 دراهم و نصف درهم.

تمرين ③ :

$$\begin{cases} x + y = 30 & (1) \\ 4x + 5y = 140 & (2) \end{cases} \text{ I_ حل النظمة :}$$

*/ لنحدد x بدلالة y في المعادلة (1) :

$$x + y = 30 \quad \text{يعني أن} \quad (3) \quad x = 30 - y$$

/* لنعوض x بقيمتها في المعادلة (2) :

$$120 - 4y + 5y = 140 \quad : \text{ منه فإن } \quad 4(30 - y) + 5y = 140 \quad : \text{ يعني أن } \quad 4x + 5y = 140$$

$$-4y + 5y = 140 - 120$$

$$y = 20$$

/* لنعوض y بقيمتها في المعادلة (3) :

$$x = 30 - y \quad : \text{ يعني أن } \quad x = 30 - 20 \quad : \text{ منه فإن } \quad x = 10$$

و بالتالي فإن حل هذه النظام هو الزوج : $(10; 20)$.

* * * * *

II _ حل المسألة :

(1) - اختيار المتجهولين :

نعتبر x عدد قصص المؤلف الأول و y عدد قصص المؤلف الثاني.

(2) - صياغة النظام :

عدد القصص التي إقتنتها مكتبة هو : $x + y = 30$
ثمن شراء القصص هو : $40x + 50y = 1400$

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ 40x + 50y = 1400 \end{cases} \quad : \text{ إذن النظام هي}$$

(3) - حل النظام :

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ 4x + 5y = 140 \end{cases} \quad : \text{ هذه النظام تكافئ على التوالي}$$

نلاحظ أن هذه النظام هي النظام أعلاه

و بالتالي فإن حلها هو الزوج : $(10; 20)$.

(4) - الرجوع إلى المسألة :

عدد قصص المؤلف الأول هو : 10 قصص

عدد قصص المؤلف الثاني هو 20 قصة.