حلول التمارين

مبرهنة فيثاغورس + الحساب المثلثي

المستـــوى : الثالثة ثانوي إعدادي

من إعداد الأستاذ : المهـــدي عنيـــس

تمرين ①:

1) – حساب : AH .

لدينا : H المسقط العمودي للنقطة A على (BC) .

إذن : AHC مثلث قائم الزاوية في H .

و حسب مبرهن فيثاغورس المباشرة فإن :

$$AC^2 = AH^2 + HC^2$$

أي :

$$\sqrt{7}^2 = AH^2 + 2^2$$

و منه فإن :

$$AH^2 = \sqrt{7}^2 - 2^2$$
$$= 7 - 4$$
$$= 3$$

و بما أن : $AH > 0$ فإن : $\boxed{AH = \sqrt{3}\ cm}$.

2) – حساب : BH .

لدينا : H المسقط العمودي للنقطة A على (BC) .

إذن المثلث AHB قائم الزاوية في H .

و حسب مبرهن فيثاغورس المباشرة فإن :

$$AB^2 = HA^2 + BH^2$$

أي :

$$\left(3\sqrt{2}\right)^2 = \sqrt{3}^2 + BH^2$$

و منه فإن :

$$BH^2 = \left(3\sqrt{2}\right)^2 - \sqrt{3}^2$$
$$= 18 - 3$$
$$= 15$$

و بما أن : $BH > 0$ فإن : $\boxed{BH = \sqrt{15}}$.

تمرين ②:

لنثبت أن المثلث ABC قائم الزاوية .

أ) -- لنحسب : AB .

لدينا من خلال الشكل : ABH مثلث قائم الزاوية في H .

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن : $AB^2 = HA^2 + HB^2$. أي :

$$AB^2 = 4^2 + 2^2$$
$$= 16 + 4$$
$$= 20$$

و بما أن : $AB > 0$ فإن : $AB = \sqrt{20}$ ، أي : $\boxed{AB = 2\sqrt{5}\ cm}$.

ب) -- لنحسب : AC .

لدينا من خلال الشكل : ACH مثلث قائم الزاوية في H .

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن : $AC^2 = HA^2 + HC^2$. أي :

$$AC^2 = 4^2 + 8^2$$
$$= 16 + 64$$
$$= 80$$

و بما أن : $AC > 0$ فإن : $AC = \sqrt{80}$ ، أي : $\boxed{AC = 4\sqrt{5}\ cm}$.

ج) -- لنثبت أن : ABC مثلث قائم الزاوية .

لدينا : و $\left.\begin{array}{l} AB^2 = 20 \\ AC^2 = 80 \\ BC^2 = 100 \end{array}\right\}$ ، إذن : $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

وحسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن ABC مثلث قائم الزاوية في A .

❀ تمرين ③:

لنثبت أن : $AB^2 + AC^2 = DB^2 + DC^2$.

*/ لدينا من خلال الشكل ABC مثلث قائم الزاوية في A .

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن : $BC^2 = AB^2 + AC^2$. ①

*/ و لدينا من خلال الشكل DBC مثلث قائم الزاوية في D .

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن : $BC^2 = DB^2 + DC^2$. ②

و من ① و ② نستنتج أن : $\boxed{AB^2 + AC^2 = DB^2 + DC^2}$.

❀ تمرين ④:

1) – لنثبت أن ABC مثلث قائم الزاوية.

لدينا : و $\left.\begin{array}{l} AB^2 = 6^2 = 36 \\ AC^2 = 8^2 = 64 \\ BC^2 = 10^2 = 100 \end{array}\right\}$ ، إذن : $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

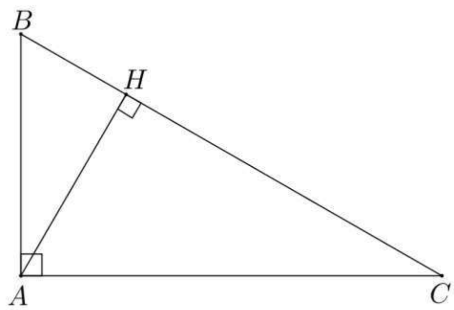
وحسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن ABC مثلث قائم الزاوية في A .

2) – لنحسب النسب المثلثية للزاوية $A\hat{B}C$:

*/ لدينا ABC مثلث قائم الزاوية في A .

إذن : و $\left.\begin{array}{l} \cos A\hat{B}C = \dfrac{AB}{BC} \\ \sin A\hat{B}C = \dfrac{AC}{BC} \\ \tan A\hat{B}C = \dfrac{AC}{AB} \end{array}\right\}$ ، أي : و $\left.\begin{array}{l} \cos A\hat{B}C = \dfrac{6}{10} \\ \sin A\hat{B}C = \dfrac{8}{10} \\ \tan A\hat{B}C = \dfrac{8}{6} \end{array}\right\}$ ، إذن : و $\left.\begin{array}{l} \boxed{\cos A\hat{B}C = \dfrac{3}{5}} \\ \boxed{\sin A\hat{B}C = \dfrac{4}{5}} \\ \boxed{\tan A\hat{B}C = \dfrac{4}{3}} \end{array}\right\}$.

3) – الشكل :



4) – */ لنحسب : AH .

بما أن H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (BC) ، فإن : ABH مثلث قائم الزاوية في H .

و منه فإن : $\sin A\hat{B}H = \frac{AH}{AB}$ ، أي : $\sin A\hat{B}H = \frac{AH}{6}$

و بما أن : $A\hat{B}H = A\hat{B}C$ (نفس الزاوية) ، فإن : $\sin A\hat{B}H = \sin A\hat{B}C$

أي : $\frac{4}{5} = \frac{AH}{6}$ يعني أن : $AH = \frac{6 \times 4}{5}$

و بالتالي فإن : $\boxed{AH = \frac{24}{5}\,cm}$.

*/ لنحسب : CH .

بما أن H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (BC) ، فإن : ACH مثلث قائم الزاوية في H .

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن : $AC^2 = AH^2 + CH^2$ ، أي : $8^2 = \left(\frac{24}{5}\right)^2 + CH^2$.

و منه فإن :

$$CH^2 = 8^2 - \left(\frac{24}{5}\right)^2 = 64 - \frac{576}{25} = \frac{1600 - 576}{25} = \frac{1024}{25}.$$

و بما أن : $CH > 0$ فإن : $CH = \sqrt{\frac{1024}{25}}$ ، و بالتالي فإن : $\boxed{CH = \frac{32}{5}\,cm}$.