المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين
جهة الدار البيضاء الكبرى
نيابة المحمدية

حلول التمارين

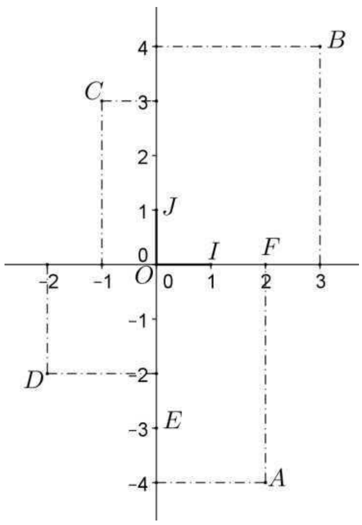
المعلم في المستوى

المستوى : الثالثة ثانوي إعدادي

من إعداد الأستاذ : المهدي عنيس

تمرين ①:

1) – الشكل :



2) – لنحدد إحداثيتي M.

لدينا : M منتصف $[AC]$ يعني أن :

$M\left(\frac{x_A+x_C}{2};\frac{y_A+y_C}{2}\right)$ ، و منه فإن : $M\left(\frac{2-1}{2};\frac{-4+3}{2}\right)$ ، أي : $\boxed{M\left(\frac{1}{2};\frac{-1}{2}\right)}$.

3) – لنحدد إحداثيتي N :

لدينا : F منتصف $[DN]$ يعني أن : $\begin{cases} x_F = \frac{x_D+x_N}{2} \\ y_F = \frac{y_D+y_N}{2} \end{cases}$ ، أي : $\begin{cases} 2 = \frac{-2+x_N}{2} \\ 0 = \frac{-2+y_N}{2} \end{cases}$

و منه فإن : $\begin{cases} 4 = -2+x_N \\ 0 = -2+y_N \end{cases}$ ، إذن : $\begin{cases} 4+2 = x_N \\ 2 = y_N \end{cases}$ ، أي : $\begin{cases} 6 = x_N \\ 2 = y_N \end{cases}$

و بالتالي فإن : $\boxed{N(6;2)}$.

4) – لنثبت أن : E منتصف $[AD]$.

لدينا : $\begin{cases} \frac{x_A+x_D}{2} = \frac{2-2}{2} = \frac{0}{2} = 0 \\ \frac{y_A+x_D}{2} = \frac{-4-2}{2} = \frac{-6}{2} = -3 \end{cases}$ ، و بما أن : $E(0;-3)$ فإن : $\begin{cases} x_E = \frac{x_A+x_D}{2} \\ y_E = \frac{y_A+x_D}{2} \end{cases}$

و بالتالي فإن : E منتصف $[AD]$.

5) – لنبين أن : $\overrightarrow{AB}(1;8)$.

لدينا : $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\,;y_B-y_A)$ يعني أن : $\overrightarrow{AB}(3-2\,;4+4)$ أي : $\boxed{\overrightarrow{AB}(1;8)}$.

6) – */ حساب المسافة AB :

لدينا : $AB=\sqrt{1^2+8^2}=\sqrt{1+64}=\sqrt{65}$ ، إذن : $\boxed{AB=\sqrt{65}}$.

*/ حساب المسافة DC :

لدينا : $DC=\sqrt{(x_C-x_D)^2+(y_C-y_D)^2}$ يعني أن :

$$\begin{aligned}DC&=\sqrt{(-1+2)^2+(3+2)^2}\\&=\sqrt{1^2+5^2}\\&=\sqrt{1+25}\\&=\sqrt{26}\end{aligned}$$

إذن : $\boxed{DC=\sqrt{26}}$.

7) – لنحدد إحداثيتي K :

لدينا : K صورة A بالإزاحة التي تحول B إلى C يعني أن : $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AK}$ و منه فإن :

$\begin{cases}x_C-x_B=x_K-x_A\\y_C-y_B=y_K-y_A\end{cases}$ أي : $\begin{cases}-1-3=x_K-2\\3-4=y_K+4\end{cases}$ و منه فإن : $\begin{cases}-4+2=x_K\\-1-4=y_K\end{cases}$ أي : $\begin{cases}-2=x_K\\-5=y_K\end{cases}$

و بالتالي فإن : $\boxed{K(-2;-5)}$.

8) – */ لنحدد إحداثيتي $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}$:

لدينا : $\begin{cases}\overrightarrow{BC}(x_C-x_B\,;y_C-y_B)\\\overrightarrow{AD}(x_D-x_A\,;y_D-y_A)\end{cases}$ أي : $\begin{cases}\overrightarrow{BC}(-1-3\,;3-4)\\\overrightarrow{AD}(-2-2\,;-2+4)\end{cases}$ و منه فإن : $\begin{cases}\overrightarrow{BC}(-4;-1)\\\overrightarrow{AD}(-4;2)\end{cases}$

و منه فإن : $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}(-4-4\,;-1+2)$ أي : $\boxed{\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}(-8;1)}$.

*/ لنحدد إحداثيتي $-3\overrightarrow{EC}$:

لدينا : $\overrightarrow{EC}(x_C-x_E\,;y_C-y_E)$ أي : $\overrightarrow{EC}(-1-0\,;3+3)$ ، إذن : $\overrightarrow{EC}(-1;6)$

و منه فإن : $-3\overrightarrow{EC}(-3\times(-1)\ ;\ -3\times6)$ أي : $\boxed{-3\overrightarrow{EC}(3\ ;\ -18)}$.

9) – لنحدد إحداثيتي R :

لدينا : $\overrightarrow{AR}=2\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{BE}$ يعني أن : $\begin{cases}x_R-x_A=2(x_F-x_A)-(x_E-x_B)\\y_R-x_A=2(y_F-y_A)-(y_E-y_B)\end{cases}$

و منه فإن : $\begin{cases}x_R-2=2(2-2)-(0-3)\\y_R+4=2(0+4)-(-3-4)\end{cases}$ أي : $\begin{cases}x_R-2=0+3\\y_R+4=8+7\end{cases}$ ، إذن : $\begin{cases}x_R=3+2\\y_R=15-4\end{cases}$ أي : $\begin{cases}x_R=5\\y_R=11\end{cases}$

وبالتالي فإن : $\boxed{R(5;11)}$.

تمرين ② :

1) – لنحدد x و y :

لدينا : $ABCD$ متوازي الأضلاع يعني أن : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ و منه فإن : $\begin{cases} x_B-x_A=x_C-x_D \\ y_B-y_A=y_C-y_D \end{cases}$

إذن : $\begin{cases} 1+2=6-x \\ -2-3=3-y \end{cases}$ ، و منه فإن : $\begin{cases} 3-6=-x \\ -5-3=-y \end{cases}$ ، أي : $\begin{cases} -3=-x \\ -8=-y \end{cases}$ ، و بالتالي فإن : $\boxed{\begin{cases} x=3 \\ y=8 \end{cases}}$

2) – لنحدد إحداثيتي E :

لدينا : $2\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{BC}=\vec{O}$ يعني أن : $\begin{cases} 2(x_E-x_A)+(x_C-x_B)=0 \\ 2(y_E-y_A)+(y_C-y_B)=0 \end{cases}$ و منه فإن : $\begin{cases} 2(x_E+2)+(6-1)=0 \\ 2(y_E-3)+(3+2)=0 \end{cases}$

أي : $\begin{cases} 2x_E+4+5=0 \\ 2y_E-6+5=0 \end{cases}$ و منه فإن : $\begin{cases} 2x_E+9=0 \\ 2y_E-1=0 \end{cases}$ ، إذن : $\begin{cases} 2x_E=-9 \\ 2y_E=1 \end{cases}$ و منه فإن : $\begin{cases} x_E=\dfrac{-9}{2} \\ y_E=\dfrac{1}{2} \end{cases}$

و بالتالي فإن : $\boxed{E\left(\dfrac{-9}{2};\dfrac{1}{2}\right)}$.

3) – لنثبت أن النقطة $F(2;2)$ هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

لدينا :

$$\begin{aligned} FA&=\sqrt{(x_A-x_F)^2+(y_A-y_F)} \\ &=\sqrt{(-2-2)^2+(3-2)^2} \\ &=\sqrt{16+1} \\ &=\sqrt{17} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} FB&=\sqrt{(x_B-x_F)^2+(y_B-y_F)^2} \\ &=\sqrt{(1-2)^2+(-2-2)^2} \\ &=\sqrt{1+16} \\ &=\sqrt{17} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} FC&=\sqrt{(x_C-x_F)^2+(y_C-y_F)^2} \\ &=\sqrt{(6-2)^2+(3-2)^2} \\ &=\sqrt{16+1} \\ &=\sqrt{17} \end{aligned}$$

و منه فإن :

$$\boxed{FA=FB=FC}$$

و بالتالي فإن : $F(2;2)$ هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

تمرين ③ :

1) – لنثبت أن المثلث ABC قائم الزاوية :

لدينا :

$$\begin{aligned} AB^2&=\left(\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}\right)^2 \\ &=\left(\sqrt{(3-1)^2+(7+3)^2}\right)^2 \\ &=\left(\sqrt{4+100}\right)^2 \\ &=\left(\sqrt{104}\right)^2 \\ &=104 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AC^2&=\left(\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C+y_A)}\right)^2 \\ &=\left(\sqrt{(-3-1)^2+(1+3)^2}\right)^2 \\ &=\left(\sqrt{16+16}\right)^2 \\ &=\left(\sqrt{32}\right)^2 \\ &=32 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BC^2&=\left(\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_c-y_B)^2}\right)^2 \\ &=\left(\sqrt{(-3-3)^2+(1-7)^2}\right)^2 \\ &=\left(\sqrt{36+36}\right)^2 \\ &=\left(\sqrt{72}\right)^2 \\ &=72 \end{aligned}$$

نلاحظ أن : $AB^2 = AC^2 + BC^2$

و حسب مبرهنة فيتاغورس العكسية فإن المثلث ABC قائم الزاوية في C.

2) – لنحسب $\tan A\hat{B}C$:

لدينا ABC مثلث قائم الزاوية في B

إذن : $\tan A\hat{B}C = \dfrac{AC}{BC}$.

و بما أن : $\left.\begin{matrix} AC^2 = 32 \\ BC^2 = 72 \end{matrix}\right\}$ و فإن : $\left.\begin{matrix} AC = \sqrt{32} \\ BC = \sqrt{72} \end{matrix}\right\}$

و منه فإن : $\tan A\hat{B}C = \dfrac{\sqrt{32}}{\sqrt{72}}$ ، أي : $\tan A\hat{B}C = \dfrac{4\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}$ ، و بالتالي فإن : $\boxed{\tan A\hat{B}C = \dfrac{2}{3}}$.

3) – لنحسب مساحة المثلث ABC .

نضع S مساحة المثلث ABC .

لدينا إذن :

$$S = \frac{AC \times BC}{2} = \frac{\sqrt{32} \times \sqrt{72}}{2} = \frac{4\sqrt{2} \times 6\sqrt{2}}{2} = \frac{24 \times \sqrt{2}^2}{2} = \frac{24 \times 2}{2} = 24$$

و بالتالي فإن : $\boxed{S = 24\ cm^2}$.

تمرين ④ :

1) – لنحدد إحداثيتي كل من A و B و C .

لدينا من خلال الشكل : $A(2;-1)$ و $B(-3;-3)$ و $C(-2;0)$.

2) – أ) -- لنحدد إحداثيتي $\overrightarrow{AB}$.

لدينا : $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A ; y_B - y_A)$ يعني أن : $\overrightarrow{AB}(-3-2;-3+1)$ ، أي : $\boxed{\overrightarrow{AB}(-5;-2)}$

ب) -- لنبين أن : $AB = \sqrt{29}$.

لدينا : $AB = \sqrt{(-5)^2 + (-2)^2} = \sqrt{25+4} = \sqrt{29}$

إذن : $\boxed{AB = \sqrt{29}}$.

3) – لنثبت أن : $(CD) // (AB)$.

نعلم أن : $\overrightarrow{AB}(-5;-2)$.

و لدينا : $\overrightarrow{CD}(x_D - x_C ; y_D - y_C)$ يعني أن : $\overrightarrow{CD}\left(\dfrac{1}{2}+2;1-0\right)$ ، أي : $\overrightarrow{CD}\left(\dfrac{5}{2};1\right)$.

إذن : $\dfrac{-1}{2}\overrightarrow{AB}\left(\dfrac{-1}{2}\times(-5)\ ;\ \dfrac{-1}{2}\times(-2)\right)$ ، أي : $\dfrac{-1}{2}\overrightarrow{AB}\left(\dfrac{5}{2};1\right)$ و منه فإن : $\overrightarrow{CD} = \dfrac{-1}{2}\overrightarrow{AB}$

و بالتالي فإن : $(CD) // (AB)$.

4)– لنثبت أن النقطة $E(-8;-5)$ تنتمي إلى المستقيم (AB).

لدينا : $\overrightarrow{EA}(x_A-x_E\,;y_A-y_E)$ يعني أن : $\overrightarrow{EA}(2+8;-1+5)$ ، أي : $\overrightarrow{EA}(10;4)$.

و لدينا : $\overrightarrow{EB}(x_B-x_E\,;y_B-y_E)$ يعني أن : $\overrightarrow{EB}(-3+8;-3+5)$ ، أي : $\overrightarrow{EB}(5;2)$.

إذن : $2\overrightarrow{EB}(2\times5;2\times2)$ ، أي : $2\overrightarrow{EB}(10;4)$ و منه فإن : $\overrightarrow{EA}=2\overrightarrow{EB}$

و بالتالي فإن : $E\in(AB)$.

❀ تمرين ⑤ :

1)– لنثبت أن الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع.

لدينا : $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\,;y_B-y_A)$ يعني أن : $\overrightarrow{AB}(-4-2;1-5)$ ، أي : $\overrightarrow{AB}(-6;-4)$.

و لدينا : $\overrightarrow{DC}(x_C-x_D\,;y_C-y_D)$ يعني أن : $\overrightarrow{DC}(-2-4;-1-3)$ ، أي : $\overrightarrow{DC}(-6;-4)$.

إذن : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ و منه فإن : الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع.

2)– لنحدد إحداثيتي M.

لدينا M مركز الرباعي $ABCD$ يعني أن : M منتصف القطريين $[AC]$ و $[BD]$

و منه فإن : $M\left(\dfrac{x_A+x_C}{2};\dfrac{y_A+y_C}{2}\right)$ يعني أن : $M\left(\dfrac{2-2}{2};\dfrac{5-1}{2}\right)$ ، أي : $\boxed{M(0;2)}$.

3)– لنثبت أن النقطة $N(3;-3)$ تنتمي إلى واسط القطعة $[AB]$.

لدينا :

$$NA=\sqrt{(x_A-x_N)^2+(y_A-y_N)^2}=\sqrt{(2-3)^2+(5+3)^2}=\sqrt{1+64}=\sqrt{65}$$

و

$$NB=\sqrt{(x_B-x_N)^2+(y_B-y_N)^2}=\sqrt{(-4-3)^2+(1+3)^2}=\sqrt{49+16}=\sqrt{65}$$

إذن : $NA=NB$ و منه فإن : N تنتمي إلى واسط القطعة $[AB]$.

4)– لنثبت أن النقطة $F(6;-1)$ هي صورة النقطة C بالإزاحة التي تحول النقطة B إلى النقطة D.

لدينا : $\overrightarrow{BD}(x_D-x_B\,;y_D-y_B)$ يعني أن : $\overrightarrow{BD}(4+4;3-3)$ ، أي : $\overrightarrow{BD}(8;0)$.

و لدينا : $\overrightarrow{CF}(x_F-x_C\,;y_F-y_C)$ يعني أن : $\overrightarrow{CF}(6+2;-1+1)$ ، أي : $\overrightarrow{CF}(8;0)$.

إذن : $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{CF}$ و بالتالي فإن : $F(6;-1)$ هي صورة النقطة C بالإزاحة التي تحول النقطة B إلى النقطة D.

5)– لنثبت أن النقط A و B و E مستقيمية.

نعلم أن : $\overrightarrow{AB}(-6;-4)$

و لدينا : $\overrightarrow{AE}(x_E-x_A\,;y_E-y_A)$ يعني أن : $\overrightarrow{AE}(-1-2;3-5)$ ، أي : $\overrightarrow{AE}(-3;-2)$.

إذن : $2\overrightarrow{AE}(2\times(-3)\;;\;2\times(-2))$ ، أي : $2\overrightarrow{AE}(-6;-4)$ و منه فإن : $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AE}$

و بالتالي فإن : أن النقط A و B و E مستقيمية.