تصحيح الفرض الثالث النموذج 2 للدورة الأولى

التمـــرين الأول :

هل المثلث ABC قائم الزاوية في الحالتين .

أ- $\boldsymbol{AB = 4\sqrt{2}}$; $\boldsymbol{AC = 3\sqrt{2}}$; $\boldsymbol{BC = 5\sqrt{2}}$

لنحدد الوتر أكبر ضلع في المثلث ABC

$$AB^2 = (4\sqrt{2})^2 = 32$$

$$AC^2 = (3\sqrt{2})^2 = 18$$

$$BC^2 = (5\sqrt{2})^2 = 50$$

إذن الوتر هو BC لأنه أكبر ضلع

لدينا $AB^2 + AC^2 = 32 + 18 = 50$

$$BC^2 = 50$$

إذن $AB^2 + AC^2 = BC^2$

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس العكسية فإن

المثلث ABC قائم الزاوية في A

ب- $\boldsymbol{AB = 2\sqrt{7}}$; $\boldsymbol{AC = 3\sqrt{3}}$; $\boldsymbol{BC = 1}$

لنحدد الوتر أكبر ضلع في المثلث ABC

$$AB^2 = (2\sqrt{7})^2 = 28$$

$$AC^2 = (3\sqrt{3})^2 = 27$$

$$BC^2 = 1^2 = 1$$

إذن الوتر هو AB لأنه أكبر ضلع

لدينا $AC^2 + BC^2 = 27 + 1 = 28$

$$AB^2 = 28$$

إذن $AC^2 + BC^2 = AB^2$

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس العكسية فإن

المثلث ABC قائم الزاوية في C

التمـــرين الثاني:

1) أحسب AT

NOD مثلث قائم الزاوية في N

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن :

$$OD^2 = NO^2 + ND^2$$

$$OD^2 = 6^2 + \sqrt{13}^2$$

$$OD^2 = 36 + 13$$

$$OD^2 = 49$$

$$OD = \sqrt{49}$$

$$OD = 7$$

2) أحسب النسب المثلثية للزاوية $\boldsymbol{N\hat{O}D}$

$$\sin N\hat{O}D = \frac{ND}{OD} = \frac{\sqrt{13}}{7} = 0{,}515$$

$$\cos N\hat{O}D = \frac{NO}{OD} = \frac{6}{7} = 0{,}857$$

$$\tan N\hat{O}D = \frac{ND}{NO} = \frac{\sqrt{13}}{6} = 0{,}600$$

3) اعط القيم المقربة لهذه النسب بإفراط و بتفريط بالدقة $\boldsymbol{10^{-2}}$

$$0{,}51 \leq \sin N\hat{O}D \leq 0{,}52$$

$$0{,}85 \leq \cos N\hat{O}D \leq 0{,}86$$

$$0{,}60 \leq \tan N\hat{O}D \leq 0{,}61$$

التمـــرين الثالث:

1) حدد $\cos a$ علماً أن $\sin a = \frac{\sqrt{5}}{3}$

نعلم أن $\cos^2 a + \sin^2 a = 1$

$$\cos^2 a + \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2 = 1$$

$$\cos^2 a + \frac{5}{9} = 1$$

$$\cos^2 a = 1 - \frac{5}{9} = \frac{9-5}{9} = \frac{4}{9}$$

$$\cos a = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$$

ثم أحسب $\tan a$

$$\tan a = \frac{\sin a}{\cos a} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

2) بسط التعبير:

$$A = \sin a \times (4\sin a + 3\cos a) + \cos a \times (4\cos a - 3\sin a)$$

$$= 4\sin^2 a + 3\sin a \times \cos a + 4\cos^2 a - 3\sin a \times \cos a$$

$$= 4\sin^2 a + 4\cos^2 a + 0$$

$$= 4(\sin^2 a + \cos^2 a) = 4 \times 1 = 4$$

التمـــرين الرابع:

1) برهن أن $AC = 6$

لدينا المثلث ABC قائم الزاوية في A إذن :

$$\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{AB}{3\sqrt{5}}$$

$$AB = \frac{3\sqrt{5} \times \sqrt{5}}{3} = \sqrt{5}^2 = 5$$

2) أحسب AC

ABC مثلث قائم الزاوية في A

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$(3\sqrt{5})^2 = 5^2 + AC^2$$

$$45 = 25 + AC^2$$

$$AC^2 = 45 - 25$$

$$AC^2 = 20$$

$$AC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

3) بين أن $AH = \frac{10}{3}$

لدينا الزاويتين $\hat{B}$ و $\hat{C}$ متتامتين إذن: $\sin \hat{C} = \cos \hat{B}$

ولدينا في المثلث ACH القائم الزاوية في H :

$$\sin \hat{C} = \frac{AH}{AC}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{AH}{2\sqrt{5}}$$

$$AH = \frac{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}}{3} = \frac{10}{3}$$

التمـــرين الخامس:

✓ نحسب $A\hat{I}C$:

لدينا $A\hat{I}C$ زاوية مركزية مرتبطة بالزاوية المحيطية $A\hat{B}C$

إذن $A\hat{I}C = 2 \times A\hat{B}C$

$$A\hat{I}C = 2 \times 25° = 50°$$

✓ نحسب $M\hat{A}C$:

لدينا المستقيم (Δ) مماس للدائرة في النقطة A .

إذن الزاوية $M\hat{A}C$ زاوية محيطية تحصر القوس $\overset{\frown}{AC}$

لدينا الزاويتان $M\hat{A}C$ و $A\hat{B}C$ محيطيتان وتحصران نفس القوس $\overset{\frown}{AC}$ إذن $M\hat{A}C = A\hat{B}C$

$$M\hat{A}C = 25°$$

✓ نحسب $A\hat{B}J$:

بما أن $[JC]$ قطر للدائرة التي مركزها I و B نقطة من هذه الدائرة إذن المثلث JBC قائم الزاوية في B

إذن $J\hat{B}C = 90°$

ولدينا $J\hat{B}C = A\hat{B}J + A\hat{B}C$

$$90° = A\hat{B}J + 25°$$

$$A\hat{B}J = 90° - 25°$$

$$A\hat{B}J = 65°$$