تصحيح الفرض الثالث النموذج 3 للدورة الأولى

التمـــرين الأول :

✓ لنحسب AC :

ABC مثلث قائم الزاوية في B

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 2^2 + 1^2$$

$$AC^2 = 5$$

$$AC = \sqrt{5}$$

✓ لنحسب AD :

ADC مثلث قائم الزاوية في C

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن :

$$AD^2 = AC^2 + DC^2$$

$$AD^2 = \sqrt{5}^2 + 3^2$$

$$AD^2 = 5 + 9$$

$$AD^2 = 14$$

$$AD = \sqrt{14}$$

إذن P محيط الرباعي $ABCD$ هو :

$$P = AB + BC + CD + DA$$

$$= 2 + 1 + 3 + \sqrt{14}$$

$$= 6 + \sqrt{14}$$

التمـــرين الثاني :

1) بين أن المثلث OMN قائم الزاوية في O :

$$MN^2 = 40^2 = 1600$$

$$OM^2 = 32^2 = 1024$$

$$ON^2 = 24^2 = 576$$

إذن الوتر هو MN لأنه أكبر ضلع

لدينا $OM^2 + ON^2 = 1024 + 576 = 1600$

إذن $OM^2 + ON^2 = MN^2$

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس العكسية فإن

المثلث OMN قائم الزاوية في O

2) أحسب OB و AB :

لدينا في المثلث OMN : $(AB)//(MN)$

و $B \in (OM)$ و $A \in (ON)$

إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة فإن :

$$\frac{OA}{ON} = \frac{OB}{OM} = \frac{AB}{MN}$$

✓ لنحسب OB :

$$\frac{15}{24} = \frac{OB}{32}$$

إذن $OB = \frac{32 \times 15}{24} = 20$

✓ لنحسب AB :

$$\frac{15}{24} = \frac{AB}{40}$$

إذن $AB = \frac{40 \times 15}{24} = 25$

3) بين أن $(OM)//(AL)$:

ولدينا $\frac{NO}{NA} = \frac{24}{39} = \frac{3 \times 8}{3 \times 13} = \frac{8}{13}$

و $\frac{NM}{NL} = \frac{40}{65} = \frac{5 \times 8}{5 \times 13} = \frac{8}{13}$

إذن $\frac{NO}{NA} = \frac{NM}{NL}$

وبما أن النقط المستقيمية N و O و A في نفس

ترتيب النقط المستقيمية N و M و L

إذن حسب مبرهنة طاليس العكسية فإن :

وبالتالي $(OM)//(AL)$

التمـــرين الثالث :

1) أ) بين أن $\cos\alpha = \frac{1}{3}$:

$$\tan\alpha = 3\sin\alpha$$

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = 3\sin\alpha$$

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha} = 3\cos\alpha$$

$$1 = 3\cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{1}{3}$$

ب) أحسب $\sin\alpha$ **و** $\tan\alpha$

✓ لنحسب $\sin\alpha$:

نعلم أن $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \sin^2 x = 1$$

$$\frac{1}{9} + \sin^2 x = 1$$

$$\sin^2 x = 1 - \frac{1}{9}$$

$$\sin^2 x = \frac{8}{9}$$

$$\sin\alpha = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{9}}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

✓ لنحسب $\tan\alpha$:

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{2\sqrt{2}}{3}}{\frac{1}{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{1}$$

$$= 2\sqrt{2}$$

2) أ) بين أن $1 + \frac{1}{\tan^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x}$

$$1 + \frac{1}{\tan^2 x} = 1 + \frac{1}{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} = 1 + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}$$

$$= \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x}$$

ب) استنتج تبسيطاً للعدد :

$$X = (1+\cos x)(1-\cos x)\left(1 + \frac{1}{\tan^2 x}\right)$$

$$X = (1^2 - \cos^2 x)\left(\frac{1}{\sin^2 x}\right)$$

$$= (1 - \cos^2 x)\left(\frac{1}{\sin^2 x}\right)$$

$$= (\sin^2 x)\left(\frac{1}{\sin^2 x}\right)$$

$$= 1$$

3) بسط العدد :

$$Y = \cos^2 47° + \tan 32° \times \tan 58° + \cos^2 43°$$

$$Y = \cos^2 47° + \cos^2 43° + \tan 32° \times \tan 58°$$

$$Y = \sin^2 43° + \cos^2 43° + \frac{1}{\tan 58°} \times \tan 58°$$

$$Y = 1 + 1 = 2$$

التمـــرين الرابع :

أحسب $A\hat{C}B$ **و** $A\hat{O}C$ **و** $O\hat{A}C$

✓ نحسب $A\hat{C}B$:

لدينا $A\hat{O}B$ زاوية مركزية مرتبطة بالزاوية المحيطية $A\hat{C}B$ إذن $A\hat{C}B = \frac{1}{2} \times A\hat{O}B$

$$A\hat{C}B = \frac{1}{2} \times 40° = 20°$$

✓ نحسب $\boldsymbol{A\hat{O}C}$:

لدينا $\boldsymbol{B\hat{O}C}$ زاوية مستقيمية إذن $B\hat{O}C = 180°$

إذن $A\hat{O}B + A\hat{O}C = 180°$

$$40° + A\hat{O}C = 180°$$

$$A\hat{O}C = 180° - 40°$$

$$A\hat{O}C = 140°$$

✓ نحسب $\boldsymbol{O\hat{A}C}$:

لدينا المثلث OAC متساوي الساقين في O

لأن الشعاع $OA = OC$

إذن $O\hat{A}C = O\hat{C}A$

وبما أن مجموع زوايا مثلث هو : $180°$

إذن $O\hat{A}C + O\hat{C}A + A\hat{O}C = 180°$

$$2O\hat{A}C + 140° = 180°$$

$$2O\hat{A}C = 180° - 140°$$

$$2O\hat{A}C = 40°$$

$$O\hat{A}C = 20°$$