

المادة : الرياضيات  
مدة الإجابة : ساعتان  
المعامل : 1

الامتحان الموحد العلوي  
للسنة الثالثة ثانوي إعدادي  
دورة يناير 2011  
\*التصحيح\*

المملكة المغربية  
وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي  
وتكوين الأخص والبيحث العلم  
قصر التعليم المدرس  
بمقره والى الكهف لكويره  
بمقره والى الكهف  
ثانوية ابن كصبل الإعداوية  
الخاله

من إجازة الأمتاء على الغفور

سلم التنقيط

(التمرين الأول) : (6 نقط)

(1) التبسيط :

$$\sqrt{75} - \sqrt{12} + 4\sqrt{3} =$$

$$\begin{aligned} &= 3\sqrt{5^2 \times 3} - \sqrt{2^2 \times 3} + 4\sqrt{3} \\ &= 3 \times 5\sqrt{3} - 2 \times \sqrt{3} + 4\sqrt{3} \\ &= 15\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} \\ &= (15 - 2 + 4)\sqrt{3} \\ &= 17\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\frac{3^{-7} \times 5^2 \times (10^2)^4}{3^{-1} \times 5^{10} \times (5^{-1} \times 10)^8} =$$

$$\begin{aligned} &= \frac{3^{-7} \times 5^2 \times 10^8}{3^{-1} \times 5^{10} \times 5^{-8} \times 10^8} \\ &= \frac{3^{-7} \times 5^2}{3^{-1} \times 5^{10} \times 5^{-8}} \\ &= \frac{3^{-7}}{3^{-1}} \times \frac{5^2}{5^{10} \times 5^{-8}} \\ &= 3^{-6} \end{aligned}$$

0.5+ 1

$$\frac{-3}{2\sqrt{7}} \quad ; \quad \frac{4+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$$

(2) حذف الجذر المربع من مقام العددين التاليين :

$$\frac{4+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} =$$

$$\begin{aligned} &= \frac{(\sqrt{2}+1) \times (4+\sqrt{2})}{(\sqrt{2}-1) \times (\sqrt{2}+1)} \\ &= \frac{4\sqrt{2} + 2 + 4 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}^2 - 1^2} \\ &= \frac{5\sqrt{2} + 6}{1} \\ &= 5\sqrt{2} + 6 \end{aligned}$$

$$\frac{-3}{2\sqrt{7}} =$$

$$\begin{aligned} &= \frac{-3 \times \sqrt{7}}{2\sqrt{7} \times \sqrt{7}} \\ &= \frac{-3\sqrt{7}}{2\sqrt{7}^2} \\ &= \frac{-3\sqrt{7}}{14} \end{aligned}$$

1+0.5

(3) التبسيط و تحديد الكتابة العلمية للعدد :

$$\begin{aligned} 0.01 \times 32 \times 10^{-4} \times 10^9 &= 32 \times 10^{-2} \times 10^{-4} \times 10^9 \\ &= 32 \times 10^3 \\ &= 3.2 \times 10^4 \end{aligned}$$

0.5  
0.5

	<p>(4) أنشر وبسط مايلي : <math>(2 + \sqrt{5})^2</math></p> $(2 + \sqrt{5})^2 = (2)^2 + 2 \times \sqrt{5} \times 2 + \sqrt{5}^2$ $= 4 + 4\sqrt{5} + 5$ $= 9 + 4\sqrt{5}$ <p>❖ استنتج تبسيط للعدد : <math>\sqrt{9 + 4\sqrt{5}}</math> حسب السؤال السابق لدينا :</p> $\sqrt{9 + 4\sqrt{5}} = \sqrt{(2 + \sqrt{5})^2}$ $= 2 + \sqrt{5} \quad ( \text{لأن } 2 + \sqrt{5} > 0 )$ <p>(5) عمل مايلي : <math>9x^2 - 12x + 4</math></p> $9x^2 - 12x + 4 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2$ $= (3x - 2)^2$	<p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>1</p>
<p><b>(التمرين الثاني) : (3 نقط)</b></p> <p>(1) <math>x</math> و <math>y</math> عدنان حقيقيين بحيث : <math>3 \leq x \leq 4</math> و <math>-2 \leq y \leq -1</math></p> <p>لناظر مايلي : <math>x + y</math> و <math>x - 4y</math> و <math>\frac{x^2}{x + y}</math></p>		
<p>تأطير : <math>\frac{x^2}{x + y}</math></p> <p>لدينا : <math>\frac{1}{3} \leq \frac{1}{x + y} \leq 1</math></p> <p>و <math>9 \leq x^2 \leq 16</math></p> $9 \times \frac{1}{3} \leq x^2 \times \frac{1}{x + y} \leq 16 \times 1$ $3 \leq \frac{x^2}{x + y} \leq 16$	<p>تأطير <math>x - 4y</math> :</p> <p>لدينا : <math>4 \leq -4y \leq 8</math></p> $3 + 4 \leq x + (-4y) \leq 4 + 8$ <p>إن : <math>7 \leq x - 4y \leq 12</math></p>	<p>تأطير <math>x + y</math> :</p> $3 + (-2) \leq x + y \leq 4 + (-1)$ $1 \leq x + y \leq 3$ <p>1+0.5+0.5</p>
<p>(1) قارن العددين : <math>2\sqrt{3} + 1</math> و <math>3\sqrt{2} + 1</math></p> <p>لدينا <math>(3\sqrt{2})^2 = 9 \times 2 = 18</math></p> <p>و <math>(2\sqrt{3})^2 = 4 \times 3 = 12</math></p> <p>بمأن : <math>12 &lt; 18</math> فإن <math>2\sqrt{3} &lt; 3\sqrt{2}</math></p> <p>وبالتالي فإن : <math>2\sqrt{3} + 1 &lt; 3\sqrt{2} + 1</math></p> <p>1</p>		

**(التمرين الثالث): (4 نقط)**

ABC مثلث حيث :  $BC = 3$  و  $AB = 2$  و  $AC = \sqrt{5}$   
 (1) بين أن المثلث ABC قائم الزاوية في A .

$$AC^2 + AB^2 = (\sqrt{5})^2 + 2^2 = 5 + 4 = 9 \quad \text{و} \quad BC^2 = 9 \quad \text{بمأن}$$

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \quad \text{إذن :}$$

وبالتالي حسب مبرهنة فيثاغورس العكسية فإن المثلث ABC قائم الزاوية في A  
 (2) حساب النسب المثلثية للزاوية  $\hat{A}BC$

$\tan(\hat{A}BC) = \frac{AC}{AB}$ $= \frac{\sqrt{5}}{2}$	$\sin(\hat{A}BC) = \frac{AC}{BC}$ $= \frac{\sqrt{5}}{3}$	$\cos(\hat{A}BC) = \frac{AB}{BC}$ $= \frac{2}{3}$
---	---	--

(3) لتكن E المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (BC) ، لنحسب EB و AE

• لدينا :  $\hat{A}BE = \hat{A}BC$   
 يعني أن :  $\cos(\hat{A}BE) = \cos(\hat{A}BC)$

أي :  $\frac{BE}{AB} = \frac{AB}{BC}$

أي :  $\frac{BE}{2} = \frac{2}{3}$

$BE = \frac{2}{3} \times 2$

$BE = \frac{4}{3}$

$BE = \frac{4}{3}$

إذن :

• لدينا :  $\hat{A}BE = \hat{A}BC$   
 يعني أن :  $\sin(\hat{A}BE) = \sin(\hat{A}BC)$

أي :  $\frac{AE}{AB} = \frac{AC}{BC}$

أي :  $\frac{AE}{2} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$AE = \frac{\sqrt{5}}{3} \times 2$

$AE = \frac{2\sqrt{5}}{3}$

$AE = \frac{2\sqrt{5}}{3}$

إذن :

1

1.5

1.5

**التمرين الرابع : (4 نقط)**

ABCD متوازي الأضلاع بحيث:  $AB = 18$  و  $DA = 10$ , لتكن M نقطة من القطعة [AB] بحيث  $BM = 12$   
 الموازي للمستقيم (DA) المار من M يقطع المستقيم (DB) في N.  
 الموازي للمستقيم (CD) المار من N يقطع المستقيم (BC) في P.  
 (1) احسب NM

لدينا  $ABD$  مثلث حيث  $M \in [AB]$  و  $N \in [BD]$  و  $(AD) \parallel (MN)$

$$\frac{BN}{BD} = \frac{BM}{AB} = \frac{NM}{AD} \quad \text{إذن حسب خاصية طاليس المباشرة لدينا :}$$

$$\frac{MN}{AD} = \frac{BM}{AB} \quad \text{يعني أن}$$

$$MN = \frac{BM}{AB} \times AD$$

$$MN = \frac{12}{18} \times 10$$

$$\boxed{MN = \frac{20}{3}}$$

إذن

(2) بين أن  $NB = \frac{2}{3} DB$

$$\frac{BN}{BD} = \frac{BM}{AB} \quad \text{لدينا حسب خاصية طاليس المباشرة :}$$

$$BN = \frac{BM}{AB} \times BD \quad \text{يعني أن :}$$

$$BN = \frac{12}{18} \times BD \quad \text{ومنه فإن :}$$

$$\boxed{BN = \frac{2}{3} BD} \quad \text{إذن :}$$

(3) قارن النسبتين  $\frac{BP}{BC}$  و  $\frac{BM}{BA}$  ثم استنتج أن المستقيم (PM) يوازي المستقيم (AC) :  
 • لدينا  $CBD$  مثلث حيث  $P \in [BC]$  و  $N \in [BD]$  و  $(DC) \parallel (NP)$

$$\frac{BN}{BD} = \frac{BP}{BC} = \frac{NP}{DC} \quad \text{و حسب خاصية طاليس المباشرة لدينا :}$$

$$(1) \quad \boxed{\frac{BP}{BC} = \frac{BN}{BD}} \quad \text{إذن :}$$

$$\text{وبمأن :} \quad \frac{BN}{BD} = \frac{BM}{AB} = \frac{NM}{AD} \quad \text{حسب السؤال (1)}$$

$$(2) \quad \boxed{\frac{BM}{BA} = \frac{BN}{BD}} \quad \text{ومنه لدينا :}$$

$$\boxed{\frac{BM}{BA} = \frac{BP}{BC}} \quad \text{من النتيجةين (1) و (2) نستنتج أن :}$$

1

1

1

• استنتج أن :  $(AC) \parallel (PM)$ .

لدينا في المثلث  $ABC$  :  
 $M \in [BC]$  و  
 $P \in [BC]$

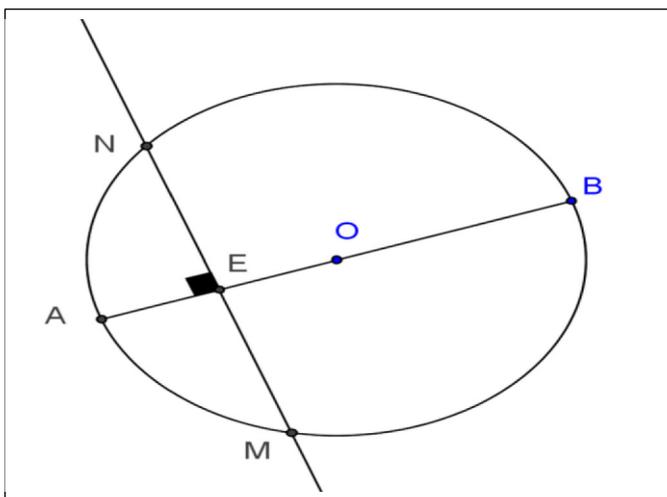
وبمأن :  $\frac{BM}{BA} = \frac{BP}{BC}$

وبالتالي حسب خاصية طاليس العكسية فإن  $(AC) \parallel (PM)$

**(التمرين الخامس) : (3 نقط)**

( $\xi$ ) دائرة مركزها  $O$  و  $[AB]$  قطر لها

$E$  منتصف القطعة  $[OA]$  ، العمودي على المستقيم  $(OA)$  المار من  $E$  يقطع الدائرة ( $\xi$ ) في نقطتين  $M$  و  $N$  (1 أنشئ شكلا مناسباً)



(2) بين أن المثلثين  $EMA$  و  $EMO$  متقايسين

بمأن :  $\left. \begin{array}{l} EO = EA \\ EM = EM \text{ ضلع مشترك} \\ \widehat{OEM} = \widehat{AEM} \end{array} \right\}$

يعني أن : ضلعان وزاوية محصورة بينهما في المثلث  $EMA$  يقايس على التوالي ضلعان وزاوية محصورة بينهما في المثلث  $EMO$  وبالتالي المثلثين  $EMA$  و  $EMO$  متقايسين

(3) بين أن المثلثين  $EBN$  و  $MAE$  متشابهين

بمأن :  $\widehat{BEN} = \widehat{AEM}$

و :  $\widehat{NBE} = \widehat{EMA}$  لأنهما زاويتين محيطيتين تحصران نفس القوس

إذن زاويتان في المثلث  $EBN$  يقايسان على التوالي زاويتان في المثلث  $MAE$

وبالتالي المثلثين  $EBN$  و  $MAE$  متشابهين

(4) علما أن  $\widehat{NBM} = 60^\circ$  أحسب  $\widehat{NOM}$

لدينا الزاوية  $\widehat{NBM}$  زاوية محيطية تحصر القوس  $\widehat{NM}$  والزاوية  $\widehat{NOM}$  زاوية مركزية تحصر نفس القوس  $\widehat{NM}$

إذن :  $\widehat{NOM} = 2 \times \widehat{NBM}$

$\widehat{NOM} = 2 \times 60 = 120^\circ$

ومنه :

1

0.5

1

1

0.5