

⚠️ انتبه ← تعليق

تمرين 1

(3,-5)	(6,2)	(0,-2,5)	(-4,1)
لدينا : $3 \times 3 - 4 \times (-5) = 9 + 20$ $= 29$	لدينا : $3 \times 6 - 4 \times 2 = 18 - 8$ $= 10$ $2 \times 6 + 5 \times 2 = 12 + 10$ $= 22$	لدينا : $2 \times 0 + 5 \times (-2,5) = 0 - 12,5$ $= -12,5$	لدينا : $3 \times (-4) - 4 \times 1 = -12 - 4$ $= -16$
إذن (-4,1) ليس حلا للمعادلة الأولى ، فهو إذن ليس حلا للنظمة	و إذن (6,2) حل للمعادلتين معا ، فهو إذن حل للنظمة.	إذن (0,-2,5) ليس حلا للمعادلة الثانية ، فهو إذن ليس حلا للنظمة	إذن (-4,1) ليس حلا للمعادلة الأولى ، فهو إذن ليس حلا للنظمة
		⚠️ رغم أن الزوج حل للمعادلة الأولى فإننا في الجواب نذكر المعادلة الثانية، لأنها هي سبب عدم كونه حلا للنظمة.	

$$\begin{cases} 3x - 4y = 10 \\ 2x + 5y = 22 \end{cases}$$

⚠️ انتبه ← تعليق

تمرين 2






$\begin{cases} \sqrt{2}x - 3y = 0 \\ -x + \sqrt{2}y = -\sqrt{2} \end{cases}$	$\begin{cases} 2x - 5y = -1 \\ -5x + y = -4 \end{cases}$	$\begin{cases} x - 5y = -1 \\ 3x - 4y = 8 \end{cases}$
لدينا : $\begin{cases} \sqrt{2}x - 3y = 0 \\ \sqrt{2}y + \sqrt{2} = x \end{cases}$	لدينا : $\begin{cases} 2x - 5y = -1 \\ y = -4 + 5x \end{cases}$	لدينا : $\begin{cases} x = 5y - 1 \\ 3x - 4y = 8 \end{cases}$
منه : $\begin{cases} \sqrt{2}(\sqrt{2}y + \sqrt{2}) - 3y = 0 \\ x = \sqrt{2}y + \sqrt{2} \end{cases}$	منه : $\begin{cases} 2x - 5(-4 + 5x) = -1 \\ y = -4 + 5x \end{cases}$	منه : $\begin{cases} x = 5y - 1 \\ 3(5y - 1) - 4y = 8 \end{cases}$
منه : $\begin{cases} 2y + 2 - 3y = 0 \\ x = \sqrt{2}y + \sqrt{2} \end{cases}$	منه : $\begin{cases} 2x + 20 - 25x = -1 \\ y = -4 + 5x \end{cases}$	منه : $\begin{cases} x = 5y - 1 \\ 15y - 3 - 4y = 8 \end{cases}$
منه : $\begin{cases} -y + 2 = 0 \\ x = \sqrt{2}y + \sqrt{2} \end{cases}$	منه : $\begin{cases} -23x = -21 \\ y = -4 + 5x \end{cases}$	منه : $\begin{cases} x = 5y - 1 \\ 11y = 11 \end{cases}$
منه : $\begin{cases} 2 = y \\ x = \sqrt{2}y + \sqrt{2} \end{cases}$	منه : $\begin{cases} x = \frac{21}{23} \\ y = -4 + 5x \end{cases}$	منه : $\begin{cases} x = 5y - 1 \\ y = \frac{11}{11} = 1 \end{cases}$
بالتالي حل هذه النظمة هو : $(3\sqrt{2}, \sqrt{2})$	منه : $\begin{cases} x = \frac{21}{23} \\ y = -4 + 5 \times \frac{21}{23} = \frac{-92 + 105}{23} = \frac{13}{23} \end{cases}$	منه : $\begin{cases} x = 5 \times 1 - 1 = 5 - 1 = 4 \\ y = 1 \end{cases}$
	بالتالي حل هذه النظمة هو : $(\frac{21}{23}, \frac{13}{23})$	بالتالي حل هذه النظمة هو : $(4, 1)$

⚠️ لاحظ أن الحلول قد تكون أعدادا صحيحة أو جذرية أو حقيقية، يستحسن التأكد من صحة الحل إذا كانت الحسابات غير

صعبة ، ففي المثال الأول يمكن التأكد بسهولة أن (4,1) جواب صحيح ، وذلك لأن :

$$\begin{cases} 4 - 5 \times 1 = 4 - 5 = -1 \\ 3 \times 4 - 4 \times 1 = 12 - 4 = 8 \end{cases}$$

$\begin{cases} 3x + 7y = 8 \\ 2x + 5y = 11 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x - 2y = 9 \\ 2x - 6y = -8 \end{cases}$	$\begin{cases} 7x - 5y = 1 \\ 3x + 4y = 25 \end{cases}$
<p>لدينا : <math>\times(-2) \begin{cases} 3x + 7y = 8 \\ 2x + 5y = 11 \end{cases}</math></p> <p>منه : <math>\begin{cases} -6x - 14y = -16 \\ 6x + 15y = 33 \end{cases}</math></p> <p>نجمع فنجد : <math>y = 17</math></p> <p>نعوض في المعادلة الثانية :</p> $2x + 5 \times 17 = 11$ $2x + 85 = 11$ $2x = 11 - 85$ $2x = -74$ $x = \frac{-74}{2}$ $x = -37$ <p>بالتالي حل هذه النظام هو : (-37, 17)</p>	<p>لدينا : <math>\times(-3) \begin{cases} 3x - 2y = 9 \\ 2x - 6y = -8 \end{cases}</math></p> <p>منه : <math>\begin{cases} -9x + 6y = -27 \\ 2x - 6y = -8 \end{cases}</math></p> <p>نجمع فنجد : <math>-7x = -35</math></p> <p>منه : <math>x = \frac{-35}{-7} = 5</math></p> <p>نعوض في المعادلة الأولى :</p> $3 \times 5 - 2y = 9$ $15 - 2y = 9$ $-2y = 9 - 15$ $-2y = -6$ $y = \frac{-6}{-2}$ $y = 3$ <p>بالتالي حل هذه النظام هو : (5, 3)</p>	<p>لدينا : <math>\times 4 \begin{cases} 7x - 5y = 1 \\ 3x + 4y = 25 \end{cases}</math></p> <p>منه : <math>\begin{cases} 28x - 20y = 4 \\ 15x + 20y = 125 \end{cases}</math></p> <p>نجمع فنجد : <math>43x = 129</math></p> <p>منه : <math>x = \frac{129}{43} = 3</math></p> <p>نعوض في المعادلة الثانية :</p> $3 \times 3 + 4y = 25$ $9 + 4y = 25$ $4y = 25 - 9$ $4y = 16$ $y = \frac{16}{4}$ $y = 4$ <p>بالتالي حل هذه النظام هو : (3, 4)</p>
<p>← ب مراعات ترتيب الزوج الممثل للحل ، فالعدد <math>x</math> يمثل دائما العدد الأول في المثال أعلاه (17, -37) ليس هو حل النظام بل (-37, 17)</p>	<p>← لاحظ أن الاختيار تم بعد ملاحظة أن معامل <math>y</math> في المعادلة الثانية مضاعف لمعامله في المعادلة الأولى</p>	<p>← لإيجاد قيمة <math>y</math> يمكنك التعويض أيضا في المعادلة الأولى، فقط يستحسن اختيار المعادلة التي تضم حسابات أبسط.</p>
<p>← لاحظ أنه يجب أن تحصل على معاملات متقابلة بعد ضرب المعادلتين في عددين، وهكذا نتخلص من أحد المجاهيل ، لنحصل على قيمة الآخر ، ثم نختار إحدى المعادلتين و نعوض فيها قيمة المجهول المحصل عليه لنحصل على المجهول الآخر.</p>		

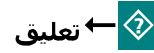
	←  تعليق	←  انتبه	تمرين 4
$\begin{cases} 3y = 1 - x \\ x = 13 - y \end{cases}$ <p>لدينا : <math>\begin{cases} 3y = 1 - x \\ x = 13 - y \end{cases}</math></p> <p>منه : <math>\begin{cases} 3y = 1 - (13 - y) \\ x = 13 - y \end{cases}</math></p> <p>منه : <math>\begin{cases} 3y = 1 - 13 + y \\ x = 13 - y \end{cases}</math></p> <p>منه : <math>\begin{cases} 3y - y = -12 \\ x = 13 - y \end{cases}</math></p> <p>منه : <math>\begin{cases} 2y = -12 \\ x = 13 - y \end{cases}</math></p> <p>منه : <math>\begin{cases} y = \frac{-12}{2} = -6 \\ x = 13 - (-6) = 13 + 6 = 19 \end{cases}</math></p> <p>بالتالي حل هذه النظام هو : <math>(19, -6)</math></p>	$\begin{cases} -2x + 13y = 1 \\ 5x - 26y = 7 \end{cases}$ <p>لدينا : <math>\begin{cases} -2x + 13y = 1 \\ 5x - 26y = 7 \end{cases}</math></p> <p>منه : <math>\begin{cases} -4x + 26y = 2 \\ 5x - 26y = 7 \end{cases}</math></p> <p>نجمع فنجد : <math>x = 9</math></p> <p>نعوض في المعادلة الأولى : <math>-2 \times 9 + 13y = 1</math></p> <p><math>-18 + 13y = 1</math></p> <p><math>13y = 1 + 18</math></p> <p><math>13y = 19</math></p> <p><math>y = \frac{19}{13}</math></p> <p>بالتالي حل هذه النظام هو : <math>(9, \frac{19}{13})</math></p>	$\begin{cases} x + y = 24 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$ <p>لدينا : <math>\begin{cases} x + y = 24 \\ 2x - y = 0 \end{cases}</math></p> <p>نجمع فنجد : <math>3x = 24</math></p> <p>منه : <math>x = \frac{24}{3} = 8</math></p> <p>نعوض في المعادلة الأولى : <math>8 + y = 24</math></p> <p><math>y = 24 - 8</math></p> <p><math>y = 16</math></p> <p>بالتالي حل هذه النظام هو : <math>(8, 16)</math></p>	
<p>←  طريقة التعويض تفرض نفسها في هذا السؤال</p>	<p>←  الحلول ليست دائما أعداد صحيحة ، قد تكون جذرية.</p>	<p>←  لم نحتاج في هذا السؤال إلى تطبيق طريقة التعويض أو التأييف الخطية، لكون معاملي <math>y</math> متقابلين.</p>	
$\begin{cases} \frac{x}{3} = \frac{y}{-2} \\ \frac{1-x}{4} = \frac{y+4}{3} \end{cases}$ <p>لدينا : <math>\begin{cases} -2x = 3y \\ 3(1-x) = 4(y+4) \end{cases}</math></p> <p>منه : <math>\begin{cases} -2x - 3y = 0 \\ -3x - 4y = 16 - 3 \end{cases}</math></p> <p>منه : <math>\begin{cases} -2x - 3y = 0 \\ -3x - 4y = 13 \end{cases}</math></p> <p>منه : <math>\begin{cases} 6x + 9y = 0 \\ -6x - 8y = 26 \end{cases}</math></p> <p>نجمع : <math>y = 26</math></p> <p>نعوض في المعادلة الأولى : <math>-2x = 3 \times 26 = 78</math></p> <p>منه : <math>x = \frac{78}{-2} = -39</math></p> <p>بالتالي حل هذه النظام هو : <math>(-39, 26)</math></p>	$\begin{cases} \frac{x}{3} = \frac{y}{5} \\ 3x - 5y = 15 \end{cases}$ <p>لدينا : <math>\begin{cases} \frac{x}{3} = \frac{y}{5} \\ 3x - 5y = 15 \end{cases}</math></p> <p>منه : <math>\begin{cases} 5x = 3y \\ 3x - 5y = 15 \end{cases}</math></p> <p>منه : <math>\begin{cases} 5x - 3y = 0 \\ 3x - 5y = 15 \end{cases}</math></p> <p>منه : <math>\begin{cases} 5x - 3y = 0 \\ 3x - 5y = 15 \end{cases}</math></p> <p>نجمع : <math>16x = -45</math></p> <p>منه : <math>\begin{cases} 25x - 15y = 0 \\ -9x + 15y = -45 \end{cases}</math></p> <p>منه : <math>x = \frac{-45}{16}</math></p> <p>منه : <math>3y = 5 \times \frac{-45}{16} = \frac{-225}{16}</math></p> <p>منه : <math>16 \times 3y = -225</math></p> <p>منه : <math>48y = -225</math></p> <p>منه : <math>y = \frac{-225}{48} = \frac{-75}{16}</math></p> <p>بالتالي حل هذه النظام هو : <math>(\frac{-45}{16}, \frac{-75}{16})</math></p>		

تمرين 5 ← انتبه ← تعليق

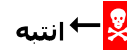
$\begin{cases} -x + 3y = 1 \\ 2x - 6y = -2 \end{cases}$	$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = 11 \end{cases}$
<p>لدينا : <math>\begin{cases} -x + 3y = 1 \\ 2x - 6y = -2 \end{cases}</math> : منه <math>\times 2</math> <math>\begin{cases} -2x + 6y = 2 \\ 2x - 6y = -2 \end{cases}</math></p> <p>نجمع : <math>0 = 0</math></p> <p>المتساوية <math>0 = 0</math> صحيحة دائما ، هذا يعني أن معادلتني النظمة متكافئتان، بمعنى أننا إذا ضربنا المعادلة الأولى في <math>-2</math> نحصل على المعادلة الثانية، في هذه الحالة ، النظمة تقبل لا نهاية له من الحلول ، فكل زوج <math>(x, y)</math> يحقق إحدى المعادلتين سيكون حلا للنظمة، مثلا : <math>(-1, 0)</math> و <math>(2, 1)</math></p>	<p>لدينا : <math>\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = 11 \end{cases}</math> : منه <math>\begin{cases} y = 5 - x \\ 2x + 2(5 - x) = 11 \end{cases}</math></p> <p>منه : <math>\begin{cases} y = 5 - x \\ 2x + 10 - 2x = 11 \end{cases}</math></p> <p>منه <math>\begin{cases} y = 5 - x \\ 10 = 11 \end{cases}</math></p> <p>المتساوية <math>10 = 11</math> غير صحيحة ، إذن ليس لهذه النظمة حلول.</p>
<p>← هذان المثالان يؤكدان أن النظمات قد يكون لها حل وحيد أو لا يكون لها أي حل أو يكون لها ما لانهاية له من الحلول.</p>	<p>← نقول أيضا حلول هذه النظمة هي المجموعة الفارغة</p>

تمرين 6 ← انتبه ← تعليق

<p>1 - أنشئ في معلم متعامد ممنظم المستقيمين : <math>(D) 2x + y = 7</math> و <math>(\Delta) x - y = 2</math></p>	
	<p>نحدد نقطتين من <math>(D)</math> نأخذ مثلا <math>x = 2</math> نجد <math>4 + y = 7</math> منه <math>y = 3</math> نأخذ مثلا <math>x = 3</math> نجد <math>6 + y = 7</math> منه <math>y = 1</math> إذن <math>(D)</math> سيمر من النقطتين : <math>(2, 3)</math> و <math>(3, 1)</math></p> <p>نحدد نقطتين من <math>(\Delta)</math> نأخذ مثلا <math>y = 0</math> نجد <math>x - 0 = 2</math> منه <math>x = 2</math> نأخذ مثلا <math>y = 3</math> نجد <math>x - 3 = 2</math> منه <math>x = 5</math> إذن <math>(\Delta)</math> سيمر من النقطتين : <math>(2, 0)</math> و <math>(5, 3)</math></p>
	<p>← يجب اختيار قيمتين ل <math>x</math> و إيجاد <math>y</math> أو العكس، حاول اختيار أعداد بسيطة ، ك <math>0, 1, -1, \dots</math></p>
	<p>بعد إنشاء المستقيمين نلاحظ أنهما يتقاطعان في النقطة ذات الإحداثيات : <math>(3, 1)</math></p> <p>إذن حل النظمة <math>\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - y = 2 \end{cases}</math> هو <math>(3, 1)</math></p>
	<p>← يمكنك حل النظمة جبريا للتأكد من الحل .</p>



← تعليق



← انتبه

تمرين 7

معطيات : تحتوي مزرعة على عدد غير معروف من الخرفان و الدجاج.  
قام صاحب المزرعة بعد الرؤوس (الخرفان و الدجاج) فوجد 70 ثم عد الأرجل (الخرفان و الدجاج) فوجد 174  
لتحدد عدد الخرفان و عدد الدجاج ؟

ليكن  $x$  عدد الخرفان و  $y$  عدد الدجاج

إذن عدد الخرفان و الدجاج هو :  $x + y$  منه :  $x + y = 70$

و عدد أرجل الخرفان هو  $4x$  (لأن لكل خروف 4 أرجل)

و عدد أرجل الدجاج هو  $2y$  (لأن لكل دجاجة 2 أرجل)

إذن عدد الأرجل هو :  $4x + 2y$  منه :  $4x + 2y = 174$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = 70 - x \\ 4x + 2(70 - x) = 174 \end{array} \right. \text{ منه } \left\{ \begin{array}{l} y = 70 - x \\ 4x + 4y = 174 \end{array} \right. \text{ منه } \left\{ \begin{array}{l} x + y = 70 \\ 4x + 2y = 174 \end{array} \right. \text{ نحصل على النظام :}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = 70 - 17 = 53 \\ x = \frac{34}{2} = 17 \end{array} \right. \text{ منه } \left\{ \begin{array}{l} y = 70 - x \\ 2x = 174 - 140 = 34 \end{array} \right. \text{ منه } \left\{ \begin{array}{l} y = 70 - x \\ 4x + 140 - 2x = 174 \end{array} \right. \text{ منه :}$$

**خلاصة:** المزرعة تحتوي على 17 خروف و 53 دجاجة .