المملكة المغربية

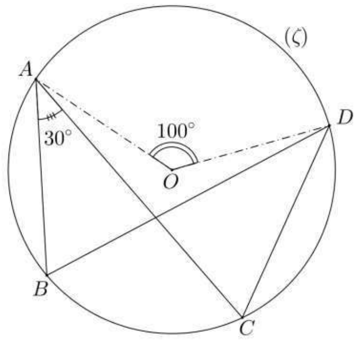
وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي
وتكوين الأطر و البحث العلمي

حلول التمارين

الزاوية المحيطية و الزاوية المركزية

المستـــوى : الثالثـة ثانـوي إعـدادي

تمرين ①:



*/ حساب : $B\hat{D}C$.

لدينا : $A\hat{B}C$ و $B\hat{D}C$ زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس BC .

إذن : $B\hat{D}C = A\hat{B}C$ ، و بما أن : $A\hat{B}C = 30^\circ$ فإن : $\boxed{B\hat{D}C = 30^\circ}$.

*/ حساب : $A\hat{B}D$.

لدينا : $A\hat{B}D$ زاوية محيطية مرتبطة بالزاوية المركزية $A\hat{O}D$.

إذن : $A\hat{O}D = 2A\hat{B}D$ ، يعني أن : $A\hat{B}D = \frac{1}{2}A\hat{O}D$

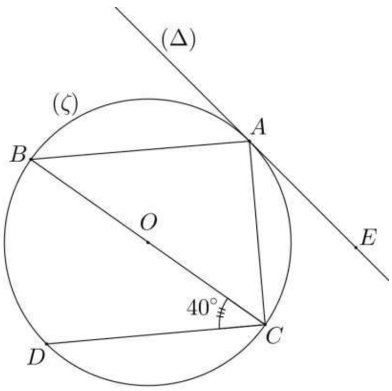
أي : $A\hat{B}D = \frac{1}{2}\times 100^\circ$ و بالتالي فإن : $\boxed{A\hat{B}D = 50^\circ}$.

*/ حساب : $B\hat{O}C$.

لدينا : $B\hat{A}C$ زاوية محيطية مرتبطة بالزاوية المركزية $B\hat{O}C$ ، إذن : $B\hat{O}C = 2B\hat{A}C$

أي : $BOC = 2\times 30^\circ$ و بالتالي فإن : $\boxed{B\hat{O}C = 60^\circ}$.

تمرين ②:



1)– لنثبت أن المثلث ABC قائم الزاوية .

لدينا من خلال الشكـل ABC مثلث محاط بالدائرة (ζ) التي قطلاها $[BC]$.

إذن : ABC مثلث قائم الزاوية في A .

2) – */ حساب : $E\hat{A}C$.

لدينا : $E\hat{A}C$ و $A\hat{B}C$ زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس AC

إذن : $\boxed{E\hat{A}C = A\hat{B}C}$. ①

نعتبر المتوازيين (AB) و (DC) و قاطع هما (BC) على التوالي في B و C .

لدينا : $A\hat{B}C$ و $B\hat{C}D$ زاويتان متبادلتان داخليا .

إذن : $\boxed{A\hat{B}C = B\hat{C}D}$.②

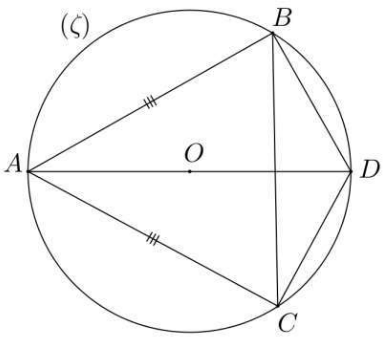
و من ① و ② نستنتج أن : $E\hat{A}C = B\hat{C}D$ ، و بما أن : $B\hat{C}D = 40^\circ$ فإن : $\boxed{E\hat{A}C = 40^\circ}$.

*/ حساب : $A\hat{O}C$.

لدينا : $E\hat{A}C$ زاوية محيطية مرتبطة بالزاوية المحيطية $A\hat{O}C$ ، إذن : $A\hat{O}C = 2\times E\hat{A}C$

أي : $A\hat{O}C = 2\times 40^\circ$ و بالتالي : $\boxed{A\hat{O}C = 80^\circ}$.

تمرين ③ :



لنثبت أن $(DA]$ هو منصف الزاوية $B\hat{D}C$:

*/ لدينا : $A\hat{B}C$ و $A\hat{D}C$ زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس AC .

إذن : $\boxed{A\hat{B}C = A\hat{D}C}$. ①

*/ و لدينا : $A\hat{C}B$ و $A\hat{D}B$ زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس AB .

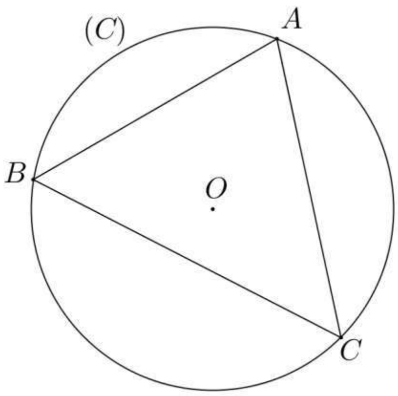
إذن : $\boxed{A\hat{C}B = A\hat{D}B}$. ②

*/ و لدينا : ABC مثلث متساوي الساقين في A .

إذن : $\boxed{A\hat{B}C = A\hat{C}B}$. ③

و من ① و ② و ③ نستنتج أن : $\boxed{A\hat{D}C = A\hat{D}B}$ ، و بما أن الزاويتين $A\hat{D}B$ و $A\hat{D}C$ متحاذيتان فإن : $(DA]$ هو منصف الزاوية $B\hat{D}C$.

تمرين ④ :



لنثبت أن : $A\hat{O}B + B\hat{O}C + C\hat{O}A = 360^{\circ}$.

لدينا : $A\hat{C}B$ زاوية محيطية و $A\hat{O}C$ الزاوية المركزية المرتبطة بها.

إذن : $\boxed{A\hat{O}B = 2A\hat{C}B}$ ①

و لدينا : $B\hat{A}C$ زاوية محيطية و $B\hat{O}C$ الزاوية المركزية المرتبطة بها.

إذن : $\boxed{B\hat{O}C = 2B\hat{A}C}$ ②

و لدينا : $C\hat{B}A$ زاوية محيطية و $C\hat{O}A$ الزاوية المركزية المرتبطة بها.

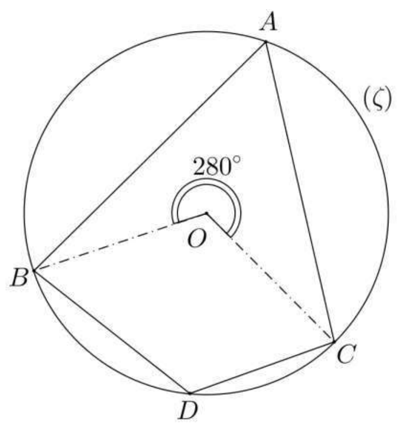
إذن : $\boxed{C\hat{O}A = 2C\hat{B}A}$ ③

و من ① و ② و ③ نستنتج أن :

$$\begin{aligned} A\hat{O}B + B\hat{O}C + C\hat{O}A &= 2A\hat{C}B + 2B\hat{A}C + 2C\hat{B}A \\ &= 2\left(A\hat{C}B + B\hat{A}C + C\hat{B}A\right) \\ &= 2\times 180^{\circ} \\ &= 630^{\circ} \end{aligned}$$

إذن : $\boxed{A\hat{O}B + B\hat{O}C + C\hat{O}A = 360^{\circ}}$.

تمرين ⑤ :



*/ حساب : $B\hat{A}C$.

لدينا $B\hat{A}C$ زاوية محيطية مرتبطة بالزاوية المركزية $B\hat{O}C$.

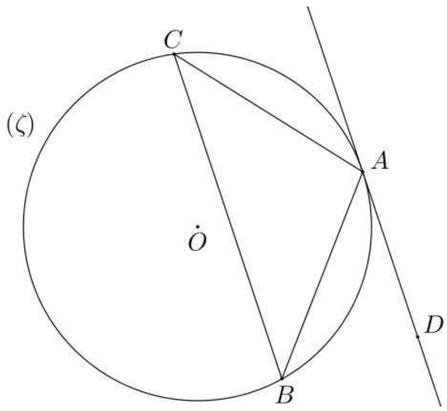
إذن : $B\hat{O}C = 2B\hat{A}C$ ، و منه فإن : $B\hat{A}C = \frac{1}{2}B\hat{O}C$.

و لدينا من خلال الشكل :

$$\begin{aligned} B\hat{O}C &= 360^{\circ} - 280^{\circ} \\ &= 80^{\circ} \end{aligned}$$

و منه فإن : $B\hat{A}C = \frac{1}{2}\times 80^{\circ}$ و بالتالي فإن : $\boxed{B\hat{A}C = 40^{\circ}}$.

❀ تمرين ⑥ :



لنثبت أن المثلث ABC متساوي الساقين :

لدينا : $B\hat{A}D$ و $A\hat{C}B$ زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس AB .

إذن : $\boxed{A\hat{C}B = B\hat{A}D}$ ①

*/ نعتبر المتوازيين (AD) و (BC) و القاطع هما (AB) على التوالي في A و B .

لدينا : $B\hat{A}D$ و $A\hat{B}C$ زاويتان متبادلتان داخليا .

إذن : $\boxed{A\hat{B}C = B\hat{A}D}$ ②

و من ① و ② نستنتج أن : $\boxed{A\hat{B}C = A\hat{C}B}$.

و بالتالي فإن المثلث aBC متساوي الساقين في A .