

## الترتيب و العمليات

### الكفايات

- التمكن من خاصيات الترتيب و العمليات واستعمالها في حل مسائل.
- التمكن من مختلف تقنيات مقارنة عددين واستعمال المناسب منها حسب الوضعية المدروسة.
- التمكن من خاصيات الترتيب و العمليات واستعمالها في حل مسائل.

### المكتسبات القبليّة

- العمليات على الأعداد الحقيقية
- تقنيات الحساب العددي وقواعد الاشارة
- الترتيب في الاعداد الجذرية
- حل معادلات من الدرجة الاولى بمجهول واحد

### الامتدادات

- الدوال العددية
- مسائل هندسية
- مسائل عددية
- الاحصاء

المؤسسة: ثانوية ابن الحجاج الإعدادية  
المستوى: الثالثة ثانوي.إعدادي  
الأستاذ : المختار بوتنورة

### توجيهات تربوية

-- إن توظيف الترتيب في مقارنة بعض العمليات من التقنيات التي سبق للتلاميذ أن مارسوها سابقا، لذا ينبغي الحرص على تثبيتها و سمو بها من خلال استعمال القواعد المرتبطة بالترتيب و العمليات.

-- تقبل جميع الخاصيات المتعلقة بالترتيب و العمليات وتوظف في تأطير وتقريب مجموع و فرق عددين جذريين معلومين وفي تأطير وتقريب جداء وخارج عددين جذريين يكون كل منهما محصورا بين عددين لهما نفس الإشارة وذلك من خلال مسائل متنوعة وبسيطة مستقاة من حقل الرياضيات ومن مواد أخرى دون إفراط.

### التدبير الزمني

12س

الترتيب و العمليات

تقويم وملاحظات	محتوى الدرس	الأنشطة	الأهداف
<p><b>تمرين :</b>  قارن كلا من العددين الآتيين :  <math>\frac{12}{7}</math> و <math>\frac{15}{14}</math> ; <math>-1-3\sqrt{2}</math> و <math>\sqrt{2}+7</math> ; <math>5\sqrt{3}+4</math> و <math>\sqrt{3}-1</math>  تمرين 15 ص 53 ( المفيد في الرياضيات )</p> <p><b>تمرين :</b>  <b>a</b> و <b>b</b> عددان حقيقيان  بين أن : <math>a^2 + b^2 &gt; 2ab</math></p> <p><b>تمرين :</b>  <b>a</b> و <b>b</b> عددان حقيقيان بحيث : <math>a &gt; b</math>  - بين أن : <math>5a &gt; 4a + b</math>  - بين أن : <math>a + 2b &gt; 3b</math>  - بين أن : <math>a &gt; \frac{a+b}{2} &gt; b</math></p> <p>تمرين 11 ص 52 ( المفيد في الرياضيات )  تمرين 14 ص 52 ( المفيد في الرياضيات )</p>	<p><b>I _ مقارنة عددين حقيقيين :</b>  (1) - قاعدة ① :  <b>a</b> و <b>b</b> عددان حقيقيان .  إذا كان <math>a - b \leq 0</math> فإن <math>a \leq b</math>  إذا كان <math>a - b \geq 0</math> فإن <math>a \geq b</math></p> <p>(2) - أمثلة :  1 -- قارن العددين : <math>2\sqrt{3}-4</math> و <math>\sqrt{3}-5</math>  2 -- قارن العددين : <b>x</b> و <b>y</b> بحيث :  <math>x = y - 3</math></p> <p><b>II _ الترتيب و العمليات :</b>  (1) - الترتيب و الجمع :  (أ) -- خاصية ① :  <b>a</b> و <b>b</b> و <b>c</b> أعداد حقيقية .  إذا كان <math>a \leq b</math> فإن <math>a + c \leq b + c</math>  إذا كان <math>a \geq b</math> فإن <math>a + c \geq b + c</math></p> <p>* مثال :  نعبر <b>x</b> عددا حقيقيا بحيث : <math>x &lt; 3</math> .  قارن العددين <math>-2</math> و <math>x - 5</math> .</p>	<p><b>تمهيد :</b>  قارن كلا من العددين <b>a</b> و <b>b</b> وأحسب الفرق <b>a - b</b> في الحالات الآتية:  <b>a</b> = <math>\frac{15}{7}</math> و <b>b</b> = <math>\frac{12}{7}</math>  <b>a</b> = 8.54 و <b>b</b> = 8.6  <b>a</b> = <math>\frac{15}{14}</math> و <b>b</b> = <math>\frac{-12}{7}</math>  <b>a</b> = <math>\frac{-1}{3}</math> و <b>b</b> = <math>\frac{-2}{7}</math>  <b>a</b> = <math>\frac{-2}{7}</math> و <b>b</b> = <math>\frac{-2}{7}</math>  ماذا تلاحظ ؟</p> <p><b>تمهيد :</b>  - <b>a</b> و <b>b</b> و <b>c</b> أعداد حقيقية  بحيث : <math>a &gt; b</math>  بين أن : <math>a + c &gt; b + c</math>  - <b>a</b> و <b>b</b> و <b>c</b> أعداد حقيقية  بحيث : <math>a + c &gt; b + c</math>  بين أن : <math>a &gt; b</math></p>	<p>مقارنة عددين حقيقيين انطلاقا من اشارة فرقهما</p> <p>معرفة خاصيات الترتيب و الجمع واستعمالها</p>

## الأهداف

معرفة خاصيات الترتيب والجمع واستعمالها

معرفة خاصيات الترتيب والضرب واستعمالها

## الأنشطة

**تمهيد :**

-  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$  أعداد حقيقية  
بحيث :  $a \leq b$  و  $c \leq d$   
قارن :  $b+c$  و  $a+c$   
قارن :  $b+d$  و  $b+c$   
أستنتج مقارنة  $a+c$  و  $b+d$   
أو

**تمهيد :**

-  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$  أعداد حقيقية  
بحيث :  $a \leq b$  و  $c \leq d$   
حدد اشارة الفرق :  
 $(a+c) - (b+d)$   
أستنتج مقارنة  $a+c$  و  $b+d$

**تمهيد :**

-  $a$  و  $b$  و  $c$  أعداد حقيقية  
بحيث :  $a \leq b$   
الحالة 1: ( $c$  موجب)  
قارن :  $bc$  و  $ac$   
الحالة 1: ( $c$  سالب)  
قارن :  $bc$  و  $ac$

أو

نشاط 1 ص 47 (المفيد في الرياضيات)

**تمهيد :**

$a$  و  $b$  عدنان حقيقيان موجبان قطعاً  
بحيث :  $a \leq b$   
قارن :  $-b$  و  $-a$

## محتوى الدرس

(ب) -- خاصية ② :

$a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$  أعداد حقيقية .  
إذا كان و  $\begin{cases} a \leq b \\ c \leq d \end{cases}$  فإن  $a+c \leq b+d$

\* مثال :

$x$  و  $y$  عدنان حقيقيان بحيث :  $x < 3$  و  $2 > y$  .  
بين أن :  $x+y < 5$   
(2) - الترتيب و الضرب :  
(أ) -- خاصية ① :

$a$  و  $b$  و  $c$  أعداد حقيقية .  
إذا كان  $a \leq b$  و  $c > 0$  فإن  $a \times c \leq b \times c$   
إذا كان  $a \leq b$  و  $c < 0$  فإن  $a \times c \geq b \times c$

\* مثال :

لدينا :  $11 \leq 27$  يعني أن  $11 \times 5 \leq 27 \times 5$   
 $11 \leq 27$  يعني أن  $11 \times (-4) \geq 27 \times (-4)$   
\* ملاحظة :

$a$  و  $b$  عدنان حقيقيان .  
إذا كان  $a \leq b$  فإن  $-a \geq -b$

## تقويم وملاحظات

**تمرين :**

$x$  و  $y$  عدنان حقيقيان بحيث :  
 $x \geq 0$  و  $1 \leq y$  .  
بين أن :  $x+y \geq 1$

**تمرين :**

$a$  و  $b$  عدنان حقيقيان بحيث :  $a \leq b$   
- قارن :  $\sqrt{3a}$  و  $\sqrt{3b}$   
- قارن :  $\frac{-11}{3}a$  و  $\frac{-11}{3}b$

- قارن :  $(a-b)a$  و  $(a-b)b$   
- قارن :  $(b-a)a$  و  $(b-a)b$

**تمرين :**

$a$  عدد حقيقي بحيث :  $a \leq \frac{1}{2}$  .  
- بين أن :  $2a - \frac{7}{3} \leq -\frac{4}{3}$

**تمرين :**

$a$  و  $b$  و  $c$  أعداد حقيقية موجبة قطعاً  
(1) - بين أن :  $\frac{1}{a^2+b^2} \leq \frac{1}{2ab}$

(2) - بين أن :  $\frac{a+b}{a^2+b^2} \leq \frac{1}{2} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$

(3) - استنتج أك :

$\frac{a+b}{a^2+b^2} + \frac{b+c}{b^2+c^2} + \frac{c+a}{c^2+a^2} \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

تقويم وملاحظات	محتوى الدرس	الأنشطة	الأهداف
<p><b>تمرين :</b>  <math>x</math> و <math>y</math> عدنان حقيقيان بحيث :  <math>x \geq 0</math> و <math>1 \leq y</math>.  بين أن : <math>xy \geq 0</math></p> <p>تمرين 32 ص 54 ( المفيد في الرياضيات )</p> <p><b>تمرين :</b>  <math>x</math> و <math>y</math> عدنان حقيقيان بحيث :  <math>x \geq 1</math> و <math>y \geq 1</math>.  بين أن : <math>(x-1)(y-1) \geq 0</math></p> <p><b>تمرين :</b>  عدد حقيقي بحيث : <math>x \geq 1</math>  بين أن : <math>\frac{-5}{x+2\sqrt{3}} \geq \frac{-5}{1+2\sqrt{3}}</math></p>	<p>(ب) -- خاصية ② :  <span style="border: 1px dashed blue; border-radius: 15px; padding: 10px; display: inline-block;"> <math>a</math> و <math>b</math> و <math>c</math> و <math>d</math> أعداد حقيقية.  <span style="font-size: 2em;">}</span> إذا كان و <math>a \leq b</math> فإن <math>a \times c \leq b \times d</math> <math>c \leq d</math> </span></p> <p>* مثال :  <math>x</math> و <math>y</math> عدنان حقيقيان موجبان بحيث :  <math>x &lt; \sqrt{3}</math> و <math>y &lt; 2\sqrt{6}</math>.  نبين أن : <math>xy &lt; 6\sqrt{3}</math>  (3) – الترتيب و المقلوب :</p> <p>(أ) -- خاصية :  <span style="border: 1px dashed blue; border-radius: 15px; padding: 10px; display: inline-block;"> <math>a</math> و <math>b</math> عدنان حقيقيان موجبان قطعاً.  إذا كان <math>a \leq b</math> فإن <math>\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}</math> </span></p> <p>(ب) -- مثال :  لدينا : <math>7 \leq 13</math> يعني أن <math>\frac{1}{7} \geq \frac{1}{13}</math>  يعني أن <math>\frac{11}{2} \geq \frac{5}{3}</math></p>	<p><b>تمهيد :</b>  - <math>a</math> و <math>b</math> و <math>c</math> و <math>d</math> أعداد حقيقية موجبة بحيث : <math>a \leq b</math> و <math>c \leq d</math>  قارن : <math>a \times c</math> و <math>b \times c</math>  قارن : <math>b \times d</math> و <math>b \times c</math>  أستنتج مقارنة <math>a \times c</math> و <math>b \times d</math>  أو  نشاط 3 ص 47 ( المفيد في الرياضيات )</p> <p><b>تمهيد :</b>  <math>a</math> و <math>b</math> عدنان حقيقيان موجبان قطعاً  بحيث : <math>a \leq b</math>  حدد إشارة الفرق : <math>\frac{1}{a} - \frac{1}{b}</math>  أستنتج مقارنة <math>\frac{1}{b}</math> و <math>\frac{1}{a}</math></p>	<p>معرفة خاصيات الترتيب والضرب واستعمالها</p> <p>معرفة خاصيات الترتيب و المقلوب واستعمالها</p>

تقويم وملاحظات	محتوى الدرس	الأنشطة	الأهداف
<p><b>تمرين :</b></p> <p>1- قارن : <math>3\sqrt{3}</math> و <math>4\sqrt{2}</math> ثم <math>-\sqrt{91}</math> و <math>-6\sqrt{6}</math> .</p> <p>2- قارن العددين : <math>\sqrt{5}+4</math> و <math>\sqrt{3}+4</math></p> <p><b>تمرين :</b></p> <p>قارن العددين <math>a</math> و <math>b</math> في كل حالة من الحالات التالية :</p> <p>(1) <math>a=7</math> و <math>b=2\sqrt{7}</math> .</p> <p>(2) <math>a=\sqrt{7}</math> و <math>b=7\sqrt{5}</math> .</p> <p>(3) <math>a=5+2\sqrt{3}</math> و <math>b=\sqrt{5+2\sqrt{3}}</math></p> <p>(4) <math>a=-\sqrt{5}</math> و <math>b=-\sqrt{7}</math> .</p> <p>تمرين 28 و 29 ص 54 (المفيد في الرياضيات)</p>	<p><b>4- الترتيب و المربع :</b></p> <p>(أ) -- خاصية ① :</p> <p><math>a</math> و <math>b</math> عدنان حقيقيان موجبان . إذا كان <math>a \leq b</math> فإن <math>a^2 \leq b^2</math> إذا كان <math>a^2 \leq b^2</math> فإن <math>a \leq b</math></p> <p>* مثال :</p> <p><math>5 \leq 11</math> يعني أن <math>5^2 \leq 11^2</math> أي <math>25 \leq 121</math> .</p> <p>(ب) -- خاصية ② :</p> <p><math>a</math> و <math>b</math> عدنان حقيقيان سالبان . إذا كان <math>a \leq b</math> فإن <math>a^2 \geq b^2</math> إذا كان <math>a^2 \geq b^2</math> فإن <math>a \leq b</math></p> <p>* مثال : <math>-7 \leq -2</math></p> <p>يعني أن: <math>(-4)^2 \geq (-7)^2</math> أي <math>16 \geq 49</math></p> <p>(5) - الترتيب و الجذر المربع :</p> <p>(أ) -- خاصية :</p> <p><math>a</math> و <math>b</math> عدنان حقيقيان موجبان . إذا كان <math>a \leq b</math> فإن <math>\sqrt{a} \leq \sqrt{b}</math> إذا كان <math>\sqrt{a} \leq \sqrt{b}</math> فإن <math>a \leq b</math></p> <p>أمثلة :</p> <p>(1) - قارن العددين : <math>\sqrt{10}</math> و <math>3\sqrt{3}</math></p> <p>(2) - قارن العددين : <math>-\sqrt{6}</math> و <math>-3\sqrt{2}</math></p>	<p><b>تمهيد :</b></p> <p><math>a</math> و <math>b</math> عدنان حقيقيان موجبان بين أن : إشارة <math>a^2 - b^2</math> هي إشارة <math>a - b</math></p> <p>- بين أنه إذا كان <math>a \leq b</math> فإن <math>a^2 \leq b^2</math> - بين أنه إذا كان <math>a^2 \leq b^2</math> فإن <math>a \leq b</math></p> <p><b>تمهيد :</b></p> <p><math>a</math> و <math>b</math> عدنان حقيقيان سالبان بين أن : إشارة <math>a^2 - b^2</math> هي عكس إشارة <math>a - b</math></p> <p>- بين أنه إذا كان <math>a \leq b</math> فإن <math>a^2 \geq b^2</math> - بين أنه إذا كان <math>a^2 \geq b^2</math> فإن <math>a \geq b</math></p> <p><b>تمهيد :</b></p> <p><math>a</math> و <math>b</math> عدنان حقيقيان موجبان بين أنه إذا كان <math>\sqrt{a} \leq \sqrt{b}</math> فإن <math>a \leq b</math> بين أنه إذا كان <math>a \leq b</math> فإن <math>\sqrt{a} \leq \sqrt{b}</math></p>	<p>معرفة خاصية الترتيب و المربع واستعمالها</p> <p>معرفة خاصية الترتيب و الجذر المربع واستعمالها</p>

تقويم وملاحظات	محتوى الدرس	الأنشطة	الأهداف
<p><b>تمرين :</b>  <math>x</math> و <math>y</math> و <math>z</math> أعداد حقيقية بحيث :  <math>2 \leq x \leq 7</math> و <math>-7 \leq y \leq -1</math> و <math>-5 \leq z \leq 3</math>  أطر ما يلي :  <math>x+y</math> و <math>x+z</math> و <math>y+z</math>  <math>-y</math> و <math>-x</math> و <math>-z</math>  <math>x-y</math> و <math>z-y</math> و <math>z-y</math>  <math>x+y+z</math> و <math>x+y-z</math> و <math>x-y+z</math>  <math>x-y-z</math></p> <p><b>تمرين :</b>  <math>x</math> و <math>y</math> عدنان حقيقيان بحيث :  <math>6 \leq x \leq 8</math> و <math>-5 \leq y \leq -2</math>  أطر ما يلي : <math>3x+4y</math> و <math>x-3y</math></p> <p><b>تمرين :</b>  حقل مستطيل الشكل :  * طوله محصور بين 12 m و 14 m .  * عرضه محصور بين 7 m و 10 m  - أعط تأطيرا المحيط هذا المستطيل.</p>	<p><b>III_ التايطير :</b>  (1) - تأطير مجموع عددين :  <b><math>a</math> و <math>b</math> و <math>x</math> و <math>y</math> و <math>z</math> و <math>t</math> أعداد حقيقية حيث :</b>  <b><math>x \leq a \leq y</math> و <math>z \leq b \leq t</math></b>  <b><math>x+z \leq a+b \leq y+t</math></b></p> <p>* مثال : <math>x</math> و <math>y</math> عدنان حقيقيان بحيث :  <math>3 \leq x \leq 8</math> و <math>-4 \leq y \leq 2</math> أطر <math>x+y</math></p> <p>(2) - تأطير مقابل عدد حقيقي :  <b><math>a</math> عدد حقيقي بحيث : <math>x \leq a \leq y</math></b>  <b>سيكون لدينا : <math>-y \leq -a \leq -x</math></b></p> <p>* مثال <math>x</math> و <math>y</math> عدنان حقيقيان بحيث :  <math>3 \leq x \leq 8</math> و <math>-4 \leq y \leq 2</math>  أطر <math>-x</math> و <math>-y</math> .</p> <p>(3) - تأطير فرق عددين :  <b><math>a</math> و <math>b</math> و <math>x</math> و <math>y</math> و <math>z</math> و <math>t</math> أعداد حقيقية بحيث :</b>  <b><math>x \leq a \leq y</math> و <math>z \leq b \leq t</math></b>  <b><math>x-t \leq a-b \leq y-z</math></b></p> <p>* مثال : <math>x</math> و <math>y</math> عدنان حقيقيان بحيث :  <math>3 \leq x \leq 8</math> و <math>-4 \leq y \leq 2</math> أطر <math>x-y</math></p>	<p><b>تمهيد :</b>  - <math>a</math> و <math>b</math> و <math>x</math> و <math>y</math> و <math>z</math> و <math>t</math> أعداد حقيقية بحيث :  <math>x \leq a \leq y</math> و <math>z \leq b \leq t</math>  1- بين أن : <math>a+b \leq y+t</math>  و <math>x+z \leq a+b</math>  أستنتج أستنتج تأطير ال <math>a+b</math>  2- بين أن : <math>-y \leq -a</math>  و <math>-a \leq -x</math>  أستنتج أستنتج تأطير ال <math>-a</math>  3- أعط تأطيرا ل <math>-b</math>  أستنتج تأطيرا ل <math>a-b</math>  (لاحظ أن : <math>a-b = a+(-b)</math>)</p>	<p>تأطير مجموع عددين</p> <p>مقابل عدد حقيقي</p> <p>تأطير فرق عددين</p>

تقويم وملاحظات	محتوى الدرس	الأنشطة	الأهداف
<p><b>تمرين :</b>  <math>x</math> و <math>y</math> عدنان حقيقيان بحيث :  <math>2 \leq x \leq 3</math> و <math>-1 \leq 2y + 3 \leq 1</math> .                  (أ) -- أثبت أن : <math>-2 \leq y \leq -1</math> .                  (ب) -- أوجد تاطيرا للأعداد التالية :  <math>x + y</math> ; ; <math>x - y</math>  <math>2x - 3y</math> ; ; <math>xy</math> ; ; <math>\frac{y + 7}{x}</math></p> <p><b>تمرين :</b>                  حقل مستطيل الشكل :                  * طوله محصور بين 12 m و 14 m .                  * عرضه محصور بين 7 m و 10 m .                  (1) - أعط تاطيرا المحيط هذا المستطيل.                  (2) - أعط تاطيرا لمساحة هذا المستطيل.</p> <p>تمرين 40 ص 54 (المفيد في الرياضيات)                  تمارين 42 و 43 و 48 و 52 ص 55 (المفيد في الرياضيات)</p>	<p>(4) - تاطير جداء عددين :  <math>a</math> و <math>b</math> و <math>x</math> و <math>y</math> و <math>z</math> و <math>t</math> أعداد حقيقية موجبة                  بحيث : <math>x \leq a \leq y</math> و <math>z \leq b \leq t</math>                  لدينا : <math>x \times z \leq a \times b \leq y \times t</math></p> <p>* مثال 1 : <math>x</math> و <math>y</math> عدنان حقيقيان بحيث :  <math>3 \leq x \leq 3</math> و <math>1 \leq y \leq 3</math> , أطر <math>x \times y</math> .                  * مثال 2 : <math>x</math> و <math>y</math> عدنان حقيقيان بحيث :  <math>-3 \leq x \leq -2</math> و <math>1 \leq y \leq 3</math> , أطر <math>x \times y</math> .</p> <p>(5) - تاطير مقلوب عدد حقيقي غير منعدم :  <math>a</math> و <math>x</math> و <math>y</math> أعداد حقيقية غير منعدمة بحيث :  <math>x \leq a \leq y</math>                  سيكون لدينا : <math>\frac{1}{y} \leq \frac{1}{a} \leq \frac{1}{x}</math></p> <p>(6) - تاطير خارج عددين :  <math>a</math> و <math>b</math> و <math>x</math> و <math>y</math> و <math>z</math> و <math>t</math> أعداد حقيقية بحيث  <math>b \neq 0</math> و <math>z \neq 0</math> و <math>t \neq 0</math> :  <math>x \leq a \leq y</math> و <math>z \leq b \leq t</math>                  سيكون لدينا <math>\frac{x}{t} \leq \frac{a}{b} \leq \frac{y}{z}</math></p> <p>* مثال : <math>x</math> و <math>y</math> عدنان حقيقيان بحيث :  <math>3 \leq x \leq 3</math> و <math>5 \leq y \leq 9</math> لنوتر <math>x / y</math> .</p>	<p><b>تمهيد :</b>                  - <math>a</math> و <math>b</math> و <math>x</math> و <math>y</math> و <math>z</math> و <math>t</math> أعداد حقيقية موجبة بحيث :  <math>x \leq a \leq y</math> و <math>z \leq b \leq t</math>                  1- بين أن : <math>a \times b \leq y \times t</math>                  و <math>x \times z \leq a \times b</math>                  أستنتج أستنتج تاطير ال <math>a \times b</math>                  2- نفترض أن : <math>axy \neq 0</math>                  بين أن : <math>\frac{1}{y} \leq \frac{1}{a}</math>                  و <math>\frac{1}{a} \leq \frac{1}{x}</math>                  أستنتج أستنتج تاطير ال <math>\frac{1}{a}</math>                  3- نفترض أن : <math>tbz \neq 0</math>                  3- أعط تاطيرا ل <math>\frac{1}{b}</math>                  أستنتج تاطيرا ل <math>\frac{a}{b}</math>                  (لاحظ أن : <math>\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}</math>)</p>	<p>تاطير جداء عددين                  تاطير مقلوب عدد حقيقي غير منعدم                  تاطير خارج عددين</p>