La Providence - Montpellier

CORRIGE – M. QUET

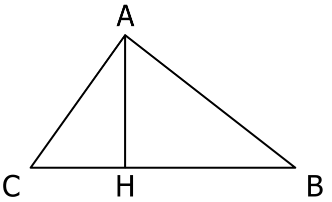
EXERCICE 1 - RENNES 2000.

[AH] hauteur issue de A ,

AH = 5 cm ,

AB = 8 cm,

$\widehat{ACH} = 51°$



1. ***a)*** Le triangle HAB est rectangle en H :

$$\sin \widehat{HBA} = \frac{AH}{AB} = \frac{5}{8}$$

$$\widehat{HBA} = \sin^{-1}\left(\frac{5}{8}\right) \simeq 38,7°$$

b) La somme des angles d'un triangle vaut 180° :

$\widehat{HBA} + \widehat{HAB} + \widehat{AHB} = 180$

$38,7 + 51 + \widehat{AHB} = 180$

$\widehat{AHB} = 180 - (38,7 + 51) = 180 - 89,7 = 90,3°$

Le triangle ABC n'est pas rectangle.

2. Le triangle HAB est rectangle en H : d'après le **théorème de Pythagore** (ici plus précis) :

$$AH^2 + HB^2 = AB^2$$
$$5^2 + HB^2 = 8^2$$
$$HB^2 = 8^2 - 5^2 = 64 - 25 = 39$$
$$HB = \sqrt{39} \simeq 6,2\text{ cm}$$

3. Le triangle HAC est rectangle en H :

$$\tan \widehat{ACH} = \frac{HA}{HC}$$

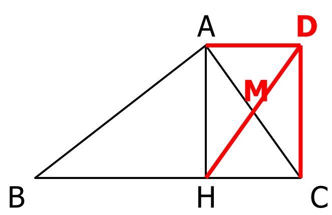
$$\tan 51 = \frac{5}{HC}$$

$$HC = \frac{5}{\tan 51} \simeq 4\text{ cm}$$

4. Aire du triangle ABC :

$$\frac{BC \times AH}{2} = \frac{(6,2+4) \times 5}{2} = 25,5\text{ cm}^2$$

EXERCICE 2 - AFRIQUE 2000



On donne les longueurs suivantes en cm :

- ➔ BH = 5,8
- ➔ HC = 4,5
- ➔ AC = 7,5
- ➔ AH = 6

1. En utilisant uniquement une règle graduée et un compas, construire cette figure en vraie grandeur (laisser les traits de construction apparents).

2. Le plus grand côté est [AC] : $AC^2 = 7,5^2 = 56,25$

$$AH^2 + HC^2 = 6^2 + 4,5^2 = 56,25$$

Ainsi $AC^2 = AH^2 + HC^2$

D'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle ACH est rectangle en H.

3. Aire du triangle ABC :

$$\frac{BC \times AH}{2} = \frac{(5,8+4,5) \times 6}{2} = 30,9\text{ cm}^2$$

4. M est le milieu de [AC] et de [HD].

Si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu, c'est un parallélogramme.

Donc ADCH est un parallélogramme.

Or $\widehat{AHC}$ = 90° : un parallélogramme ayant un angle droit est un rectangle.

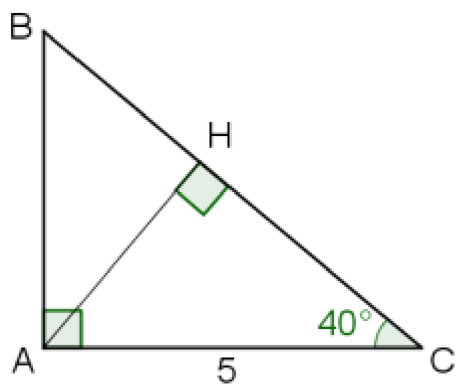
Donc ADCH est un rectangle.

EXERCICE 3 - POLYNESIE 2000.

ABC est un triangle rectangle en A tel que :

AC = 5 cm et l'angle $\widehat{ACB} = 40°$.

1. Figure en vraie grandeur :



2. Calcul de AB : $\tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{AC}$

$$\tan 40 = \frac{AB}{5}$$

$$AB = 5 \times \tan 40 \simeq 4,2\text{ cm}$$

3. Tracer la hauteur issue de A : elle coupe [BC] en H.

Le triangle ACH est rectangle en H :

$$\sin \widehat{ACH} = \frac{AH}{AC}$$

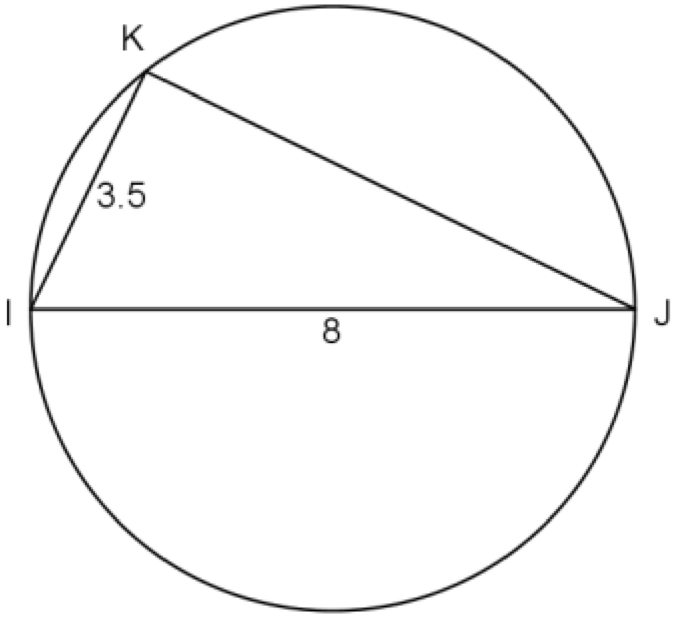
$$\sin 40 = \frac{AH}{5}$$

$$AH = 5 \times \sin 40 \simeq 3,2\text{ cm}$$

EXERCICE 4 - AMIENS 1999.

Sur le cercle (C) de diamètre [IJ] mesurant 8 cm, on considère un point K tel que IK = 3,5 cm.

1. Faire la figure.



2. Les points I, J, K sont sur un cercle de diamètre [IJ]

Si trois points sont sur un cercle et si deux de ces points sont les extrémités d'un diamètre, le triangle formé par ces points est rectangle.

Donc le triangle IJK est rectangle en K.

3. D'après le **théorème de Pythagore** :

$$\mathrm{IK}^2 + \mathrm{JK}^2 = \mathrm{IJ}^2$$

$$3{,}5^2 + \mathrm{JK}^2 = 8^2$$

$$\mathrm{JK}^2 = 8^2 - 3{,}5^2 = 51{,}75$$

$$\mathrm{JK} = \sqrt{51{,}75} \simeq 7{,}2 \text{ cm}$$

4. $\cos \widehat{\mathrm{KIJ}} = \dfrac{\mathrm{IK}}{\mathrm{IJ}} = \dfrac{3{,}5}{8}$

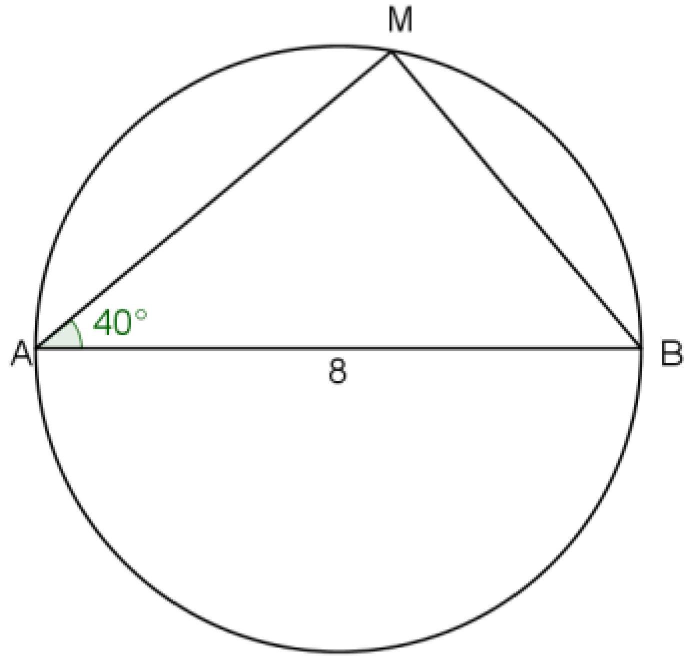
$$\widehat{\mathrm{KIJ}} = \cos^{-1}\left(\frac{3{,}5}{8}\right) \simeq 64°$$

EXERCICE 5 - LILLE 1999.

Soit le cercle (C) de diamètre [AB] tel que : AB = 8 cm.

M est un point du cercle tel que : $\widehat{\mathrm{BAM}} = 40°$.

1. Faire la figure en vraie grandeur :



2. Les points A, B, M sont sur un cercle de diamètre [AB]

Si trois points sont sur un cercle et si deux de ces points sont les extrémités d'un diamètre, le triangle formé par ces points est rectangle.

Donc le triangle ABM est rectangle en M.

3. $\sin \widehat{\mathrm{BAM}} = \dfrac{\mathrm{BM}}{\mathrm{AB}}$

$\sin 40 = \dfrac{\mathrm{BM}}{8}$

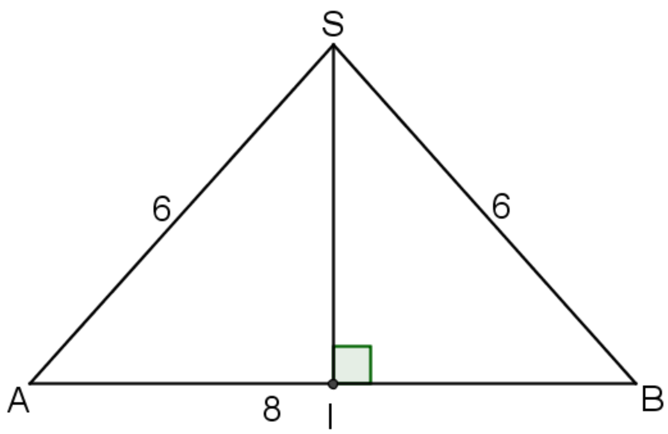
$$\mathrm{BM} = 8 \times \sin 40 \simeq 5{,}1 \text{ cm}$$

EXERCICE 6 - POLYNESIE 1999.

L'unité de longueur est le mètre.

Un triangle isocèle SAB est tel que SA = SB = 6 et AB = 8.

1. Construire ce triangle à l'échelle $\dfrac{1}{100}$:



2. La hauteur issue du sommet S coupe [AB] au point I.

a) Dans un triangle isocèle, les droites remarquables issues du sommet principal sont confondues, donc la hauteur issue du sommet S est aussi une médiane et IA = $\dfrac{\mathrm{AB}}{2}$ = 4.

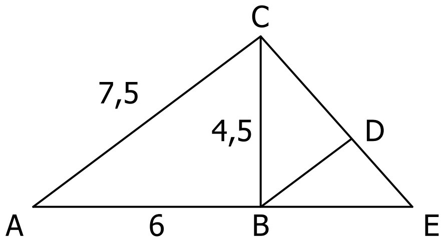
b) Le triangle IAS est rectangle en I :

$$\cos \widehat{IAS} = \frac{AI}{AS} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

c) $\widehat{IAS} = \cos^{-1}\left(\frac{4}{6}\right) \simeq 48,2°$

EXERCICE 7 - ASIE 2000.

On considère la figure ci-dessous :



On donne AB = 6 cm ; AC = 7,5 cm ; BC = 4,5 cm.

E est le point de [AB) tel que AE = 10 cm.
La parallèle à (AC) passant par B coupe (CE) en D.

1. Le plus grand côté est [AC] : $AC^2 = 7{,}5^2 = 56,25$

$$AB^2 + BC^2 = 6^2 + 4{,}5^2 = 56,25$$

Ainsi $AC^2 = AB^2 + BC^2$

D'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle ABC est rectangle en B.

2. De même, le triangle BCE est rectangle en B.

BE = AE – AB = 10 – 6 = 4 cm

Ainsi :

$$\tan \widehat{BCE} = \frac{BE}{BC} = \frac{4}{4,5}$$

$$\widehat{BCE} = \tan^{-1}\left(\frac{4}{4,5}\right) \simeq 42°$$

3. Les droites (AB) et (CD) sont sécantes en E et (AC) // (BD)

D'après le **théorème de Thalès** : $\frac{EB}{EA} = \frac{ED}{EC} = \frac{BD}{AC}$

$$\frac{4}{10} = \frac{ED}{EC} = \frac{BD}{7{,}5}$$

$$10 \times BD = 4 \times 7,5$$

$$BD = \frac{4 \times 7,5}{10} = 3\,\text{cm}$$