

## Théorème de Pythagore

### Exercice 1 :

Le triangle DEF est rectangle en F,  $DF = 36 \text{ mm}$ ,  $DE = 85 \text{ mm}$ , calculer EF.

### CORRIGE

Le triangle DEF est rectangle en F. D'après le théorème de Pythagore :

$$ED^2 = EF^2 + DF^2$$

$$85^2 = EF^2 + 36^2$$

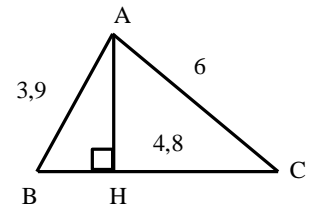
$$EF^2 = 7225 - 1296$$

$$EF^2 = 5929$$

$$EF = \sqrt{5929} = 77 \text{ mm}$$

### Exercice 2 :

Le triangle ABC a pour hauteur AH,  $AB = 3,9 \text{ cm}$ ,  $AC = 6 \text{ cm}$ ,  $CH = 4,8 \text{ cm}$ , calculer AH et BH, puis l'aire du triangle ABC.



### CORRIGE

Le triangle AHC est rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore :

$$AH^2 + HC^2 = AC^2$$

$$AH^2 + 4,8^2 = 6^2$$

$$AH^2 = 36 - 23,04$$

$$AH^2 = 12,96$$

$$AH = \sqrt{12,96} = 3,6 \text{ cm}$$

Le triangle AHB est rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore :

$$AH^2 + BH^2 = AB^2$$

$$3,6^2 + BH^2 = 3,9^2$$

$$BH^2 = 15,21 - 12,96$$

$$BH^2 = 2,25$$

$$BH = \sqrt{2,25} = 1,5 \text{ cm}$$

L'aire d'un triangle est :  $Aire = \frac{base \times hauteur}{2}$

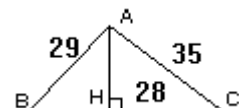
$$\begin{aligned} Aire_{ABC} &= \frac{BC \times AH}{2} \\ &= \frac{(1,5 + 4,8) \times 3,6}{2} \\ &= 11,34 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

### Exercice 3 :

Le triangle ABC a pour hauteur AH,  $AB = 29$ ,  $AC = 35$ ,  $CH = 28$ .

Calculer AH et BH.

Calculer l'aire du triangle ABC.



### CORRIGE

Le triangle AHC est rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore :

$$AH^2 + HC^2 = AC^2$$

$$AH^2 + 28^2 = 35^2$$

$$AH^2 = 1225 - 784$$

$$AH^2 = 441$$

$$AH = \sqrt{441} = 21$$

Le triangle AHB est rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore :

$$AH^2 + BH^2 = AB^2$$

$$HB^2 + 21^2 = 29^2$$

$$HB^2 = 29^2 - 21^2$$

$$HB^2 = 841 - 441 = 400$$

$$HB = \sqrt{400} = 20 \text{ cm.}$$

L'aire d'un triangle est :  $Aire = \frac{base \times hauteur}{2}$

$$\begin{aligned} Aire_{ABC} &= \frac{BC \times AH}{2} \\ &= \frac{(28 + 20) \times 21}{2} \\ &= 504 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

### Réciproque de l'énoncé de Pythagore

#### Exercice 4 :

Le triangle de côtés 11 cm, 13 cm et 7 cm est-il rectangle ?

#### CORRIGE

Le plus grand côté mesure 13 cm

On calcule :

$$13^2 = 169$$

$$11^2 + 7^2 = 121 + 49 = 170$$

$169 \neq 170$  donc la réciproque du théorème de Pythagore ne s'applique pas, le triangle de côtés 11 cm, 13 cm et 7 cm n'est pas rectangle.

#### Exercice 5 : Triangle non rectangle dans un rectangle

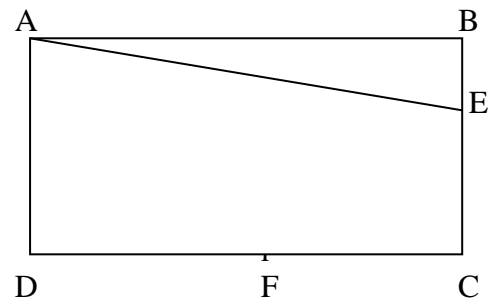
On construira la figure. On écrira le raisonnement pour chaque réponse

ABCD est un rectangle de côtés  $AB = 12 \text{ cm}$  et  $AD = 9 \text{ cm}$ .

Sur le côté [BC] on place le point E tel que  $AE = 13 \text{ cm}$ .

Sur le côté [DC] on place le point F tel que  $DF = 5 \text{ cm}$ .

- 1) Calculer la longueur AF.
- 2) Calculer la longueur BE.
- 3) Calculer les longueurs CE et CF, puis la longueur EF.
- 4) Le triangle AFE est-il rectangle ?



#### CORRIGE

ABCD est un rectangle, donc ses angles sont droits.

1) Le triangle ADF est rectangle en D, d'après le théorème de Pythagore :

$$AF^2 = AD^2 + DF^2$$

$$AF^2 = 9^2 + 5^2$$

$$AF^2 = 81 + 25$$

$$AF^2 = 106$$

$$AF = \sqrt{106} \text{ cm}$$

2) Le triangle ABE est rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore :

$$AE^2 = AB^2 + BE^2$$

$$13^2 = 12^2 + BE^2$$

$$169 = 144 + BE^2$$

$$169 - 144 = BE^2$$

$$BE^2 = 25$$

$$BE = 5 \text{ cm}$$

3)  $E \in [BC]$  donc  $CE = BC - EB = 9 - 5 = 4 \text{ cm}$

$F \in [CD]$  donc  $CF = CD - DF = 12 - 5 = 7 \text{ cm}$

Le triangle ECF est rectangle en C ; d'après le théorème de Pythagore :

$$EF^2 = EC^2 + CF^2$$

$$EF^2 = 4^2 + 7^2$$

$$EF^2 = 16 + 49 = 65$$

$$EF = \sqrt{65} \text{ cm}$$

4) Dans le triangle AEF,  $AE$  est le plus grand côté,

$$AE^2 = 13^2 = 169$$

$$AF^2 + EF^2 = 106 + 65 = 171 \quad (\text{il faut prendre les valeurs exactes de } AF^2 \text{ et } EF^2)$$

donc  $AE^2 \neq AF^2 + EF^2$

La réciproque du théorème de Pythagore ne s'applique pas, le triangle AEF n'est pas rectangle.

### **Exercice 6 : Triangle non rectangle dans un carré**

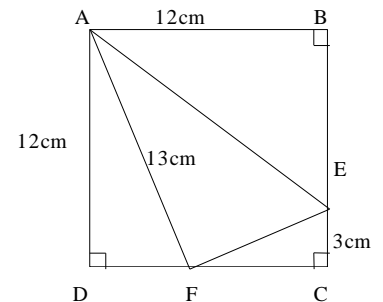
ABCD est un carré de côté 12 cm.

Sur le côté [BC] on place le point E tel que  $CE = 3 \text{ cm}$ .

Sur le côté [DC] on place le point F tel que  $AF = 13 \text{ cm}$ .

1) Calculer les longueurs DF, EF et AE.

2) Le triangle AEF est-il rectangle?



### **CORRIGE**

ABCD est un carré, ses côtés ont pour longueur 12 cm et ses angles sont droits.

1) Le triangle ADF est rectangle en D, d'après le théorème de Pythagore :

$$AF^2 = AD^2 + DF^2$$

$$13^2 = 12^2 + DF^2$$

$$169 - 144 = DF^2$$

$$DF^2 = 25$$

$$DF = 5 \text{ cm}$$

$F \in [DC]$  donc  $FC = DC - DF = 12 - 5 = 7 \text{ cm}$

Le triangle FCE est rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore :

$$FE^2 = FC^2 + CE^2$$

$$FE^2 = 7^2 + 3^2$$

$$FE^2 = 58$$

$$FE = \sqrt{58} \approx 7,62 \text{ cm}$$

$E \in [BC]$  donc  $EB = BC - EC = 12 - 3 = 9 \text{ cm}$

Le triangle ABE est rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore :

$$AE^2 = AB^2 + BE^2$$

$$AE^2 = 12^2 + 9^2$$

$$AE^2 = 225$$

$$AE = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$$

2) Dans le triangle AEF,  $AE$  est le plus grand côté,

On calcule :

$$AE^2 = 15^2 = 225$$

$$AF^2 + FE^2 = 13^2 + 58 = 169 + 58 = 227$$

Donc  $AE^2 \neq AF^2 + FE^2$

La réciproque du théorème de Pythagore ne s'applique pas, le triangle AEF n'est pas rectangle.

### **Exercice 7 :**

Le triangle de côtés 1993, 1032 et 1705 est-il rectangle? justifier

### **CORRIGE**

Le plus grand côté mesure 1 993.

On calcule  $1\,993^2 = 3\,972\,049$

puis  $1\,032^2 + 1\,705^2 = 1\,065\,024 + 2\,907\,025 = 3\,972\,049$

donc  $1\,993^2 = 1\,032^2 + 1\,705^2$

D'après la réciproque de l'énoncé de Pythagore, le triangle est rectangle et son hypoténuse mesure 1 993.

### **Exercice 8 :**

Le triangle de côtés 1,5 ; 1,12 et 1,14 est-il rectangle ?

### **CORRIGE**

Le plus grand côté mesure 1,5.

On calcule :

$$1,5^2 = 2,25$$

$$1,12^2 + 1,14^2 = 2,554$$

Ainsi :  $1,5^2 \neq 1,12^2 + 1,14^2$

La réciproque du théorème de Pythagore ne s'applique pas, le triangle n'est pas rectangle

### **Exercice 9 : Réciproque du théorème de Pythagore et aires du triangle rectangle**

1) Construire le triangle ABC tel que  $CB = 169 \text{ mm}$ ,  $AB = 65 \text{ mm}$  et  $AC = 156 \text{ mm}$ .

2) Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.

3) Calculer l'aire du triangle ABC.

4) Tracer la hauteur AH du triangle ABC.

→ En utilisant une autre expression qu'en 2) de l'aire de ABC, calculer simplement AH.

**CORRIGE**

1) Utiliser le compas, garder le mm comme unité. (on ignore que le triangle est rectangle, donc on n'utilise ni équerre, ni demi cercle).

2) Le plus grand côté est  $BC$ . On calcule :

$$BC^2 = 169^2 = 28561$$

$$BA^2 + AC^2 = 65^2 + 156^2 = 4225 + 24336 = 28561$$

$$\text{Ainsi : } BC^2 = BA^2 + AC^2$$

D'après la réciproque de l'énoncé de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

3) L'aire d'un triangle est :  $Aire = \frac{base \times hauteur}{2}$

$$\begin{aligned} Aire_{ABC} &= \frac{AB \times AC}{2} \\ &= \frac{65 \times 156}{2} \\ &= 5070 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

4) On utilise les deux formules de calcul d'aire dans un triangle rectangle, cette fois-ci avec l'hypoténuse :

$$Aire = \frac{base \times hauteur}{2}$$

$$Aire_{ABC} = \frac{BC \times AH}{2}$$

$$5070 = \frac{169 \times AH}{2}$$

$$5070 \times 2 = 169 \times AH$$

$$AH = \frac{5070 \times 2}{169} = 60 \text{ mm}$$