

# 4ème - Théorème de Pythagore

## COMPÉTENCES ÉVALUÉES DANS CE CHAPITRE :

(T : compétences transversales, N : activités numériques, G : activités géométriques, F : gestion de données et fonctions)

Intitulé des compétences		Eval.1	Eval.2	Eval.3
<b>T1</b>	Connaître le vocabulaire, les définitions et les propriétés du cours	○ ○	○ ○	○ ○
<b>T2</b>	Réaliser une figure géométrique aux instruments d'après un programme de construction *	○ ○	○ ○	○ ○
<b>G5</b>	Utiliser le théorème de Pythagore pour calculer la longueur d'un côté dans un triangle rectangle *	○ ○	○ ○	○ ○
<b>G6</b>	Utiliser le théorème de Pythagore pour démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle *	○ ○	○ ○	○ ○
<b>G7</b>	Utiliser la réciproque du théorème de Pythagore pour démontrer qu'un triangle est rectangle *	○ ○	○ ○	○ ○
		<b>Taux de réussite :</b> .....%		
		<b>Note du chapitre :</b> ...../20		
		<b>Moyenne de la classe :</b> ...../20		

\* : cette compétence fait partie du **socle commun**.

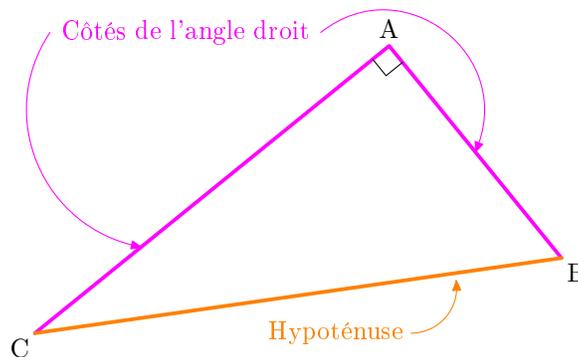
**Légende du tableau de compétences :**

- Deux points verts :** *Je sais très bien faire*
- Un point vert :** *Je sais bien faire, mais il reste quelques erreurs*
- Un point rouge :** *Je ne sais pas bien faire, il y a trop d'erreurs*
- Deux points rouges :** *Je sais pas faire du tout*

## 22.1 Vocabulaire et notations

**Définitions**

- On dit qu'un triangle est **rectangle** si l'un de ses trois angles est un angle droit.
- Dans un triangle rectangle, le côté opposé au sommet de l'angle droit est appelé **hypoténuse** ; c'est le côté le plus long du triangle.



**Carré d'un nombre positif**

Le **carré** d'un nombre positif  $a$  est égal au produit du nombre  $a$  par lui-même. On note  $a^2 = a \times a$ , et on prononce " $a$  au carré".

**Exemples :**

- ▶ Le carré de 8 se note  $8^2$  et est égal à  $8 \times 8 = 64$ .  $\triangle!$  Ne pas confondre avec le **double** de 8, qui vaut  $8 + 8 = 2 \times 8 = 16!!$
- ▶ Le carré de 5,3 est  $5,3^2 = 5,3 \times 5,3 = 28,09$  ▶ Le carré de  $\frac{2}{7}$  est  $\left(\frac{2}{7}\right)^2 = \frac{2}{7} \times \frac{2}{7} = \frac{4}{49}$

On appelle **carré parfait** le carré d'un nombre entier positif. Voici la liste des quinze premiers carrés parfaits :

Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Carré	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225

### Utiliser sa calculatrice

► Pour déterminer le carré d'un nombre positif, on utilise la touche  $x^2$  :

pour calculer le carré de 2,5 on tape la séquence  $2$   $.$   $5$   $x^2$   $EXE$

et la calculatrice affiche  $2.5^2$  6.25 d'où  $2,5^2 = 6,25$

► Pour déterminer le nombre positif dont on nous donne le carré, on utilise la touche  $\sqrt{\quad}$ , que l'on atteint en tapant  $SHIFT$   $x^2$ . Pour calculer le nombre positif dont le carré est égal à 441, on tape la séquence  $\sqrt{\quad}$   $4$   $4$   $1$   $EXE$

et la calculatrice affiche  $\sqrt{(441)}$  21 d'où  $\sqrt{441} = 21$

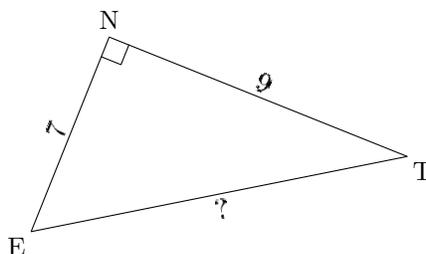
## 22.2 Utiliser le théorème de Pythagore pour calculer la longueur d'un côté dans un triangle rectangle

### Théorème de Pythagore

Si un triangle est rectangle, **alors** le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux côtés de l'angle droit.

### Exemples d'utilisation

► Calculer la longueur de l'hypoténuse



On sait que le triangle ENT est rectangle en N. On peut donc appliquer le théorème de Pythagore :

$$ET^2 = NT^2 + NE^2$$

En remplaçant les longueurs connues par leurs valeurs, on obtient :

$$ET^2 = 9^2 + 7^2$$

$$ET^2 = 81 + 49$$

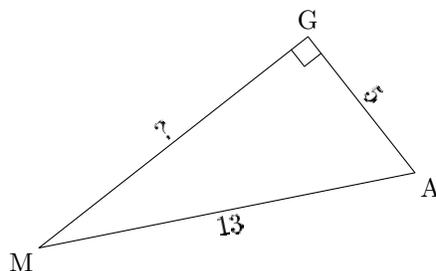
$$ET^2 = 130$$

En utilisant la touche  $\sqrt{\quad}$  de la calculatrice, on trouve :

$$ET = \sqrt{130} \approx 11,4$$

Donc la longueur du côté [ET] est 11,4 environ.

► Calculer la longueur d'un côté de l'angle droit



On sait que le triangle MAG est rectangle en G. On peut donc appliquer le théorème de Pythagore :

$$MA^2 = GM^2 + GA^2$$

En remplaçant les longueurs connues par leurs valeurs, on obtient :

$$13^2 = GM^2 + 5^2$$

$$169 = GM^2 + 25$$

$$GM^2 = 169 - 25$$

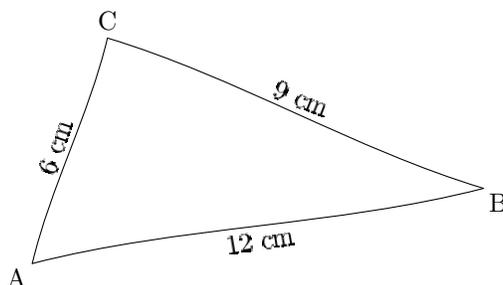
$$GM^2 = 144$$

En utilisant la touche  de la calculatrice, on trouve :

$$GM = \sqrt{144} = 12$$

Donc la longueur du côté [GM] est 12.

## 22.3 Utiliser le théorème de Pythagore pour démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle



► Démontrons que ce triangle n'est pas rectangle

Le côté le plus long est [AB] ; si le triangle était rectangle, ce côté serait l'hypoténuse.

**D'une part**, on a  $AB^2 = 12^2 = 144$ .

**D'autre part**, on a  $CB^2 + CA^2 = 9^2 + 6^2 = 81 + 36 = 117$ .

On constate que  $AB^2 \neq CA^2 + CB^2$ .

Si le triangle était rectangle, d'après le théorème de Pythagore, on aurait l'égalité  $AB^2 = CA^2 + CB^2$ .

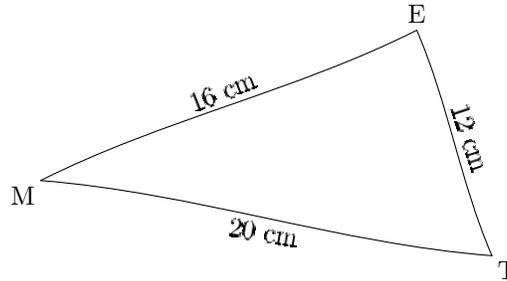
Ce n'est pas le cas, donc le triangle ABC n'est pas rectangle.

## 22.4 Utiliser la réciproque du théorème de Pythagore pour démontrer qu'un triangle est rectangle

### Réciproque du théorème de Pythagore

Si, dans un triangle, le carré de la longueur du plus long côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés,

**alors** ce triangle est rectangle, et le côté le plus long est l'hypoténuse.



### ► Démontrons que ce triangle est rectangle

Le côté le plus long est [MT] ; si le triangle était rectangle, ce côté serait l'hypoténuse.

**D'une part**, on a  $MT^2 = 20^2 = 400$ .

**D'autre part**, on a  $EM^2 + ET^2 = 16^2 + 12^2 = 256 + 144 = 400$ .

On constate que  $MT^2 = EM^2 + ET^2$ .

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ETM est rectangle en E.