

Exercice 1 :

1- On considère le système suivant : (E) $\begin{cases} x + y = -2 & \textcircled{1} \\ 2x - 3y = -9 & \textcircled{2} \end{cases}$

a- Le couple $(1; \frac{11}{3})$ est-il solution de l'équation $\textcircled{2}$? de l'équation $\textcircled{1}$? du système ?

b- $(-3; 1)$ est-il solution de l'équation $\textcircled{2}$? de l'équation $\textcircled{1}$? du système ?

c- Le couple $(4; -6)$ est-il solution de l'équation $\textcircled{1}$? de l'équation $\textcircled{2}$? du système ?

2- Résolvons le système (E) par : a) la substitution

3- a) Montrons que le système (E) peut s'écrire sous la forme (E) $\begin{cases} y = -x - 2 \\ y = \frac{2}{3}x + 3 \end{cases}$ b) la combinaison linéaire.

b) Résolvons graphiquement le système (E).

Correction :

1- a) pour le couple $(1; \frac{11}{3})$ on a $x = 1$ et $y = \frac{11}{3}$ alors $2x - 3y = 2 \times 1 - 3 \times \frac{11}{3} = 2 - 11 = -9$ d'où le couple $(1; \frac{11}{3})$ est une solution de l'équation $\textcircled{2}$. Et $x + y = 1 + \frac{11}{3} = \frac{3}{3} + \frac{11}{3} = \frac{3+11}{3} = \frac{14}{3} \neq -2$ alors le couple $(1; \frac{11}{3})$ n'est pas une solution de l'équation $\textcircled{1}$ d'où le couple $(1; \frac{11}{3})$ n'est pas une solution du système (E).

b) pour le couple $(-3; 1)$ on a $x = -3$ et $y = 1$ alors $2x - 3y = 2 \times (-3) - 3 \times 1 = -6 - 3 = -9$ d'où le couple $(-3; 1)$ est une solution de l'équation $\textcircled{2}$. Et $x + y = -3 + 1 = -2$ d'où le couple $(-3; 1)$ est une solution de l'équation $\textcircled{1}$ alors le couple $(-3; 1)$ est une solution du système (E).

c) pour le couple $(4; -6)$ on a $x = 4$ et $y = -6$ alors $x + y = 4 - 6 = -2$ d'où le couple $(4; -6)$ est une solution de l'équation $\textcircled{1}$. Et $2x - 3y = 2 \times 4 - 3 \times (-6) = 8 + 18 = 26 \neq -9$ alors le couple $(4; -6)$ n'est pas une solution de l'équation $\textcircled{2}$. D'où le couple $(4; -6)$ n'est pas une solution du système (E).

2-

a) Résolution du système (E) par la substitution

D'après l'équation $\textcircled{1}$ on a $y = -2 - x$

dans l'équation $\textcircled{2}$ je remplace y par $-2 - x$ je trouve

$2x - 3(-2 - x) = -9$ je développe $2x + 6 + 3x - 9$

je réduis $5x = -9 - 6$, je divise par 5 alors $\frac{5x}{5} = \frac{-15}{5}$ d'où

$x = -3$. On a $y = -2 - x$ alors

$y = -2 - (-3) = -2 + 3 = 1$ d'où $y = 1$.

Le couple $(-3; 1)$ est la solution unique du système (E).

b) Résolution du système (E) par la combinaison linéaire.

$$(E) \begin{cases} -2(x + y = -2) \\ 2x - 3y = -9 \end{cases} ; \begin{cases} -2x - 2y = 4 \\ 2x - 3y = -9 \end{cases}$$

J'additionne les deux équations membre à membre je

trouve : $-2x - 2y + 2x + (-3y) = 4 + (-9)$

$-2y - 3y = 4 - 9$ alors $-5y = -5$, je simplifie par 5 je

trouve $y = 1$. D'après l'équation $\textcircled{1}$ on a $x = -2 - y =$

$-2 - 1$ d'où $x = -3$.

Le couple $(-3; 1)$ est la solution unique du système (E).

3-

a) $x + y = -2$ équivalent à : $y = -x - 2$

$2x - 3y = -9$ équivalent à : $-3y = -2x - 9$ je divise par-

3 : $\frac{-3y}{-3} = \frac{-2x}{-3} - \frac{9}{-3}$ d'où $y = \frac{2}{3}x + 3$

Finalement (E) $\begin{cases} y = -x - 2 \\ y = \frac{2}{3}x + 3 \end{cases}$

b) Pour résoudre graphiquement le système (E) je dois représenter les deux droites d'équations réduites :

(d) : $y = -x - 2$ et (D) : $y = \frac{2}{3}x + 3$ dans un repère (O ; I ; J).

❖ (d) : $y = -x - 2$; Si $x = 0$ alors $y = -0 - 2 = -2$

Si $x = -2$ alors $y = -(-2) - 2 = 2 - 2 = 0$

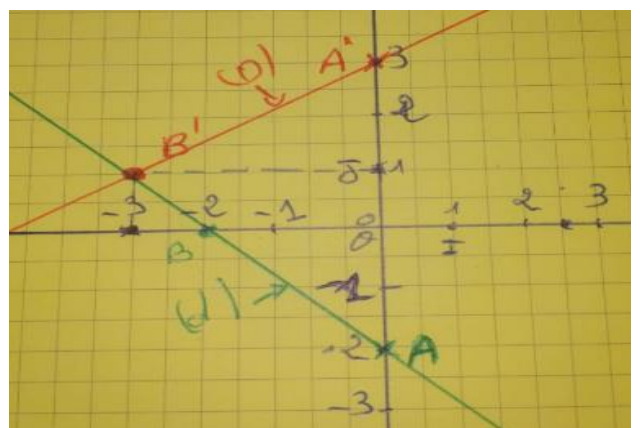
La droite (d) passe par les deux points A(0, -2) et B(-2, 0)

❖ (D) : $y = \frac{2}{3}x + 3$; si Si $x = 0$ alors $y = \frac{2}{3} \times 0 + 3 = 3$

Si $x = -3$ alors $y = \frac{2}{3} \times (-3) + 3 = -2 + 3 = 1$

La droite (D) passe par les deux points A'(0, 3) et B'(-3, 1)

Je trace les deux droites dans un repère (O, I, J)



Les coordonnées du point d'intersection des deux droites sont : $x = -3$ et $y = 1$.

Le couple $(-3; 1)$ est la solution unique du système (E).

Exercice2 : On considère le système (S) $\begin{cases} 2ax - by = 3 \\ ax + by = 2 \end{cases}$, a et b sont deux nombres réels.

1- Déterminons a et b pour que le couple (1,1) soit la solution unique du système (S).

Correction :

2- Si le couple (1,1) est la solution unique du système alors il devient : (S) $\begin{cases} 2a - b = 3 & \textcircled{1} \\ a + b = 2 & \textcircled{2} \end{cases}$; (x = 1 et y = 1)

❖ Résolution par la substitution

D'après l'équation $\textcircled{2}$ on a $b = 2 - a$, je remplace b par $2 - a$ dans l'équation $\textcircled{1}$ je trouve $2a - (2 - a) = 3$, je développe $2a - 2 + a = 3$, je simplifie $3a = 3 + 2$, je divise par 3 je trouve $\frac{3a}{3} = \frac{5}{3}$ d'où $a = \frac{5}{3}$.

On a : $b = 2 - a$, remplace a par $\frac{5}{3}$ alors $b = 2 - \frac{5}{3} = \frac{2 \times 3}{3} - \frac{5}{3} = \frac{6-5}{3} = \frac{1}{3}$ d'où $b = \frac{1}{3}$.

Finalement pour que le couple (1,1) soit la solution unique du système (S) il faut que $a = \frac{5}{3}$ et $b = \frac{1}{3}$.

❖ Résolution par la combinaison linéaire :

Je multiplie l'équation $\textcircled{2}$ par (-2) le système (S) devient : (S) $\begin{cases} 2a - b = 3 & \textcircled{1} \\ -2a - 2b = -4 & \textcircled{2} \end{cases}$
J'additionne les deux équations membre à membre : $2a - b + (-2a) + (-2b) = 3 + (-4)$, je réduis $-3b = -1$, je divise par -3 je trouve $b = \frac{1}{3}$. Dans l'un des deux équations ($\textcircled{2}$ par exemple) je remplace b par $\frac{1}{3}$

alors $a = 2 - b = 2 - \frac{1}{3} = \frac{2 \times 3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{6-1}{3} = \frac{5}{3}$ d'où $a = \frac{5}{3}$

Finalement pour que le couple (1,1) soit la solution unique du système (S) il faut que $a = \frac{5}{3}$ et $b = \frac{1}{3}$.

Exercice3 : Résolvons les systèmes suivants :

$$(S_1): \begin{cases} (\sqrt{3} - \sqrt{2})x + y = \sqrt{2} \\ x + (\sqrt{3} + \sqrt{2})y = \sqrt{6} \end{cases} ; (S_2): \begin{cases} 2x^2 - y^2 = 1 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$$

Correction :

❖ $(S_1): \begin{cases} (\sqrt{3} + \sqrt{2}) / (\sqrt{3} - \sqrt{2})x + y = \sqrt{2} \\ x + (\sqrt{3} + \sqrt{2})y = \sqrt{6} \end{cases}$ Je développe : $(S_1) \begin{cases} (\sqrt{3}^2 - \sqrt{2}^2)x + (\sqrt{3} + \sqrt{2})y = \sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) \\ x + (\sqrt{3} + \sqrt{2})y = \sqrt{6} \end{cases}$

Je simplifie : $\begin{cases} x + (\sqrt{3} + \sqrt{2})y = \sqrt{6} + 2 \\ x + (\sqrt{3} + \sqrt{2})y = \sqrt{6} \end{cases}$; Impossible

Le système (S_1) n'admet pas de solution car le même terme : $x + (\sqrt{3} + \sqrt{2})y$ est égale à la fois deux valeurs différentes $\sqrt{6} + 2$ et $\sqrt{6}$

❖ Pour (S_2) j'additionne les deux équations membre à membre : $2x^2 - y^2 + x^2 + y^2 = 1 + 2$ je simplifie : $3x^2 = 3$ je divise par 3 je trouve : $x^2 = 1$ d'où $x = \sqrt{1} = 1$ ou $x = -\sqrt{1} = -1$ alors $x = 1$ ou $x = -1$

D'après l'équation 2 on a $y^2 = 2 - x^2$ alors :

✓ Si $x = 1$: $y^2 = 2 - 1^2 = 2 - 1 = 1$ alors $y^2 = 1$ signifie $y = 1$ ou $y = -1$ alors les couples (1 ;1) et (1 ; -1) sont des solutions du système (S_2)

✓ Si $x = -1$: $y^2 = 2 - (-1)^2 = 2 - 1 = 1$ alors $y^2 = 1$ signifie $y = 1$ ou $y = -1$ alors les couples (-1 ;1) et (-1 ; -1) sont des solutions du système (S_2)

Finalement le système (S_2) admet quatre solutions : (1 ,1), (1,-1), (-1,1)et (-1,-1).

Exercice 4 :

Dans le plan muni d'un repère orthonormée (O,I,J), on considère les points des coordonnées suivantes :

A(4, -2), B(3,3) et C(0, -3)

1- Montrons que $y = 2x - 3$ est l'équation réduite de la droite (BC), puis déduisons que les points A, B et C ne sont pas alignés.

2- Montrons que $y = -5x + 18$ est l'équation réduite de la droite (AB).

3- Montrons que les coordonnées du point H l'orthocentre du triangle ABC sont : $H(\frac{30}{7}, \frac{-15}{7})$

Correction :

1- B(3,3) et C(0; -3) ∈ (BC) alors $a = \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} = \frac{3 - (-3)}{3 - 0} = \frac{3+3}{3} = \frac{6}{3} = 2$ alors (BC): $y = 2x + b$

B(3,3) ∈ (AB) alors $y_B = 2y_B + b$ signifie $3 = 2 \times 3 + b$ alors $3 - 6 = b$ d'où $b = -3$

Finalement l'équation réduite de (BC) est (BC): $y = 2x - 3$

Si $x = x_A = 4$ alors $y = 2 \times 4 - 3 = 8 - 3 = 5 \neq -2 = y_A$ d'où $A \notin (BC)$ alors les points A, B et C ne sont pas alignés

2- $A(4, -2)$ et $B(3,3) \in (AB)$ alors $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3 - (-2)}{3 - 4} = \frac{5}{-1} = -5$ alors $(AB): y = -5x + b$

$B(3,3) \in (AB)$ alors $y_B = -5x_B + b$ signifie $3 = -5 \times 3 + b$ alors $3 + 15 = b$ d'où $b = 18$

Finalement l'équation réduite de (AB) est $(AB): y = -5x + 18$

3- On sait que l'orthocentre est le point d'intersection des hauteurs du triangle alors les coordonnées de H vérifient les équations réduites des hauteurs du triangle ABC.

❖ L'équation réduite de (Δ) la hauteur issue de A.

✓ On a $(\Delta) \perp (BC)$ alors $2 \times a = -1$, je divise par 2 je trouve $a = \frac{-1}{2}$ d'où $(\Delta): y = \frac{-1}{2}x + b$

✓ $A(4,-2) \in (\Delta)$ alors $y_A = \frac{-1}{2}x_A + b$ signifie : $-2 = \frac{-1}{2} \times 4 + b$ alors $-2 = -2 + b$ par suite $-2 + 2 = b$ d'où $b=0$

✓ L'équation réduite de (Δ) la hauteur issue de A est $(\Delta): y = \frac{-1}{2}x$

❖ L'équation réduite de (Δ') la hauteur issue de C.

✓ $(\Delta') \perp (AB)$ alors $-5 \times a = -1$, je divise par -5 je trouve $a = \frac{1}{5}$ d'où $(\Delta'): y = \frac{1}{5}x + b$

✓ $C(0,-3) \in (\Delta')$ alors $y_C = \frac{1}{5}x_C + b$ signifie : $-3 = \frac{1}{5} \times 0 + b$ d'où $b = -3$

✓ L'équation réduite de (Δ') la hauteur issue de C est $(\Delta'): y = \frac{1}{5}x - 3$

❖ $H(x_H, y_H) \in (\Delta)$ signifie $y_H = \frac{-1}{2}x_H$ et $(x_H, y_H) \in (\Delta')$ signifie $y_H = \frac{1}{5}x_H - 3$ d'où le système (S)

$$\begin{cases} y_H = \frac{-1}{2}x_H \\ y_H = \frac{1}{5}x_H - 3 \end{cases}$$

Dans la deuxième équation Je remplace y_H par $\frac{-1}{2}x_H$: $\frac{-1}{2}x_H = \frac{1}{5}x_H - 3$ alors $\frac{-1}{2}x_H - \frac{1}{5}x_H = -3$

$\frac{-1 \times 5}{2 \times 5}x_H - \frac{1 \times 2}{5 \times 2}x_H = \frac{-3 \times 10}{10}$, je simplifie par 10 et je réduis : $-5x_H - 2x_H = -30$ par suite $-7x_H = -30$, je divise par -7

je trouve que $x_H = \frac{30}{7}$.

On a $y_H = \frac{-1}{2}x_H$ alors $y_H = \frac{-1}{2} \times \frac{30}{7} = \frac{-30}{2 \times 7} = \frac{-15 \times 2}{2 \times 7} = \frac{-15}{7}$ d'où $y_H = \frac{-15}{7}$

Finalement les coordonnées du point H l'orthocentre du triangle ABC sont : $H(\frac{30}{7}, \frac{-15}{7})$.

Exercice 5:

- 1- Trouvons deux nombres dont la somme est égale à 10273 et la différence est égale à 2589.
- 2- Le périmètre d'un rectangle est 24 cm. Si on augmente la longueur de 2 cm et la largeur de 3cm l'aire augmentera de 37 cm^2 . Calculons les dimensions initiales de ce rectangle.

Correction :

- 2)
- ❖ Choix des inconnues :
 - ✓ Longueur : x
 - ✓ Largeur : y
 - ❖ Mise en système :
 - ✓ Le périmètre du rectangle : $2(x + y) = 24$ je divise par 2 : $x + y = 12$
 - ✓ L'aire du rectangle est : $x \times y$
 - ✓ La nouvelle aire : $(x + 2)(y + 3) = xy + 37$, je développe $xy + 3x + 2y + 6 = xy + 37$ je simplifie : $3x + 2y = 31$
 - ✓ D'où le système (S) : $\begin{cases} x + y = 12 \\ 3x + 2y = 31 \end{cases}$
 - ❖ La résolution du système :

D'après l'équation ① : $y = 12 - x$; je remplace y par $12 - x$ dans l'équation ② :

$3x + 2(12 - x) = 31$, je développe :

$3x + 24 - 2x = 31$, je réduis : $x = 7$

On a : $y = 12 - x$ alors $y = 12 - 7$ d'où $y = 5$
 - ❖ La vérification :
 - ✓ Le périmètre : $2(x + y) = 2(7 + 5) = 2 \times 12 = 24$
 - ✓ L'aire du rectangle est : $x \times y = 7 \times 5 = 35 \text{ cm}^2$
 - ✓ La nouvelle aire : $(x + 2)(y + 3) = (7 + 2)(5 + 3) = 72$

Or $72 = 35 + 37$ alors la nouvelle aire est égale à l'ancienne aire plus 37

- ❖ Conclusion :

Les dimensions initiales de ce rectangle sont : la longueur est égale 7cm et la largeur est égale à 5 cm

1)

- ❖ Choix des inconnues :
 - ✓ Le premier nombre : x
 - ✓ Le deuxième nombre : y
- ❖ Mise en système :
 - ✓ La somme des deux nombres : $x + y = 10273$
 - ✓ La différence des deux nombres : $x - y = 2589$
 D'où le système (S) : $\begin{cases} x + y = 10273 \\ x - y = 2589 \end{cases}$
- ❖ La résolution du système :

J'additionne les deux équations membre à membre :

$x + y + x + (-y) = 10273 + 2589$ Je simplifie :

$2x = 12862$, je divise par 2 je trouve que $x = 6431$

On a $y = 10273 - x = 10273 - 6431$ d'où $y = 3842$
- ❖ La vérification :
 - $x + y = 6431 + 3842 = 10273$
 - $x - y = 6431 - 3842 = 2589$
- ❖ Conclusion :

Deux nombres dont la somme est égale à 10273 et la différence est égale à 2589 sont : 6431 et 3842