

# Devoir Surveillé n°4

## Correction

### Troisième

#### Bilan 1

Durée 1 heure - Coeff. 4

Noté sur 21 points

#### Exercice 1.

4 points

1. Donner la notation scientifique du nombre  $A = 0,045 \times 10^5$  puis encadrer-le entre deux puissances de 10 consécutives.

$$A = 0,045 \times 10^5 = 4,5 \times 10^{-2} \times 10^5 = \underline{4,5 \times 10^3} \implies \underline{10^3 < A < 10^4}$$

2. Noam prétend que le nombre  $B = \frac{10^{15} + 1}{10^{15}}$  vaut 1. Qu'en pensez-vous?

$$B = \frac{10^{15} + 1}{10^{15}} = \frac{10^{15}}{10^{15}} + \frac{1}{10^{15}} = 1 + 10^{-15} \neq 1$$

Donc Noam a tort.

3. La lumière parcourt environ  $3 \times 10^5$  km en 1 seconde. Déterminer la distance parcourue par la lumière en une année, en notation scientifique.

$$3 \times 10^5 \text{ km} \times 3600 \times 24 \times 365 \approx \underline{9,5 \times 10^{12} \text{ km}}$$

4. Indiquer en justifiant si chacune des affirmations suivantes est vraie ou fausse.

4. a. **Affirmation 1** : « Les nombres 11 et 13 n'ont aucun multiple commun. »

C'est faux puisque par exemple  $11 \times 13 = 143$  est un multiple commun de 11 et 13.

4. b. **Affirmation 2** : « Le nombre 231 est un nombre premier. »

C'est faux car 231 est divisible par 3 (la somme de ses chiffres est un multiple de 3) donc il n'est pas premier. On rappelle qu'un nombre premier n'admet que deux diviseurs, 1 et lui-même.

#### Exercice 2.

5.5 points

Soit  $E$  l'expression :  $E = (2x + 1)(1 - 3x) - (2x + 1)(x + 2)$ .

1. Développer  $E$ .

$$E = (2x + 1)(1 - 3x) - (2x + 1)(x + 2)$$

$$E = 2x - 6x^2 + 1 - 3x - (2x^2 + 4x + x + 2)$$

$$E = -6x^2 + 1 - x - 2x^2 - 4x - x - 2$$

$$E = \underline{-8x^2 - 6x - 1}$$

2. Montrer à l'aide d'une factorisation que  $E$  peut s'écrire  $E = (2x + 1)(-4x - 1)$ .

$$E = (2x + 1)(1 - 3x) - (2x + 1)(x + 2)$$

$$E = (2x + 1) \times \left[ (1 - 3x) - (x + 2) \right]$$

$$E = (2x + 1) \times \left[ 1 - 3x - x - 2 \right]$$

$$E = \underline{(2x + 1)(-4x - 1)}$$

3. Déterminer tous les nombres  $x$  tels que  $(2x + 1)(1 - 3x) - (2x + 1)(x + 2) = 0$ .

On cherche à résoudre l'équation  $E = 0$ , pour cela on va utiliser la forme factorisée de la question (2.).

$$E = 0 \iff (2x + 1)(-4x - 1)$$

C'est une équation produit nul, donc par théorème :

$$E = 0 \iff (2x + 1 = 0) \text{ ou } (-4x - 1 = 0)$$

$$E = 0 \iff \left(x = -\frac{1}{2}\right) \text{ ou } \left(x = -\frac{1}{4}\right)$$

Les solutions de l'équation sont donc :  $\boxed{-\frac{1}{2} \text{ et } -\frac{1}{4}}$ .

**Exercice 3.**

**4.5 points**

1. Montrer que si on choisit 4 comme nombre de départ, alors le programme renvoie -18.

$x$	$x = 4$
$y = x \times x - 25$	$y = 4 \times 4 - 25 = -9$
$z = 2 \times y$	$z = 2 \times (-9) = -18$

2. Que renvoie le programme si on choisit au départ :

2. a. le nombre 5?

$x$	$x = 5$
$y = x \times x - 25$	$y = 5 \times 5 - 25 = 0$
$z = 2 \times y$	$z = 2 \times 0 = 0$

2. b. le nombre -4?

$x$	$x = -4$
$y = x \times x - 25$	$y = (-4) \times (-4) - 25 = -9$
$z = 2 \times y$	$z = 2 \times (-9) = -18$

3. Déterminer les nombres qu'il faut choisir au départ pour que le programme renvoie 0.

Pour obtenir 0 il faut que  $z = 0$  et donc que :

$$\begin{aligned} z = 0 &\iff 2y = 0 \\ &\iff y = 0 \\ &\iff x \times x - 25 = 0 \\ &\iff x^2 = 25 \end{aligned}$$

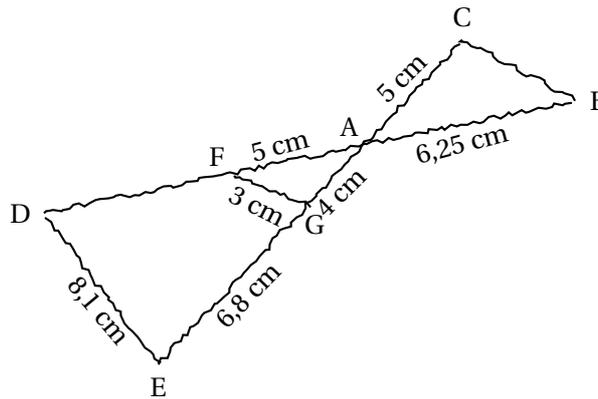
Il il y a donc deux solutions, 5 et (-5).

```

    quand est cliqué
    cacher la variable x
    cacher la variable y
    cacher la variable z
    demander Choisis un nombre et attendre
    mettre x à réponse
    mettre y à x * x - 25
    mettre z à 2 * y
    dire En choisissant pendant 1 seconde
    dire réponse pendant 1 seconde
    dire On obtient pendant 1 seconde
    dire z
    
```

**Exercice 4.****6 points**

Les points  $D, F, A$  et  $B$  sont alignés, ainsi que les points  $E, G, A$  et  $C$ . De plus, les droites  $(DE)$  et  $(FG)$  sont parallèles.

**1. Montrer que le triangle AFG est un triangle rectangle.**

Si le triangle  $AFG$  est rectangle, c'est forcément en  $G$  car  $AF$  est le plus grand côté. On a :

D'une part :	et	D'autre part :
$AF^2 = 5^2$		$AG^2 + FG^2 = 4^2 + 3^2$
$AF^2 = 25$		$AG^2 + FG^2 = 16 + 9$
		$AG^2 + FG^2 = 25$

Conclusion :  $AF^2 = AG^2 + FG^2$ , d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle  $AFG$  est rectangle en  $G$ .

**2. Calculer la longueur du segment  $[AD]$ . En déduire la longueur du segment  $[FD]$ .**

- Les droites  $(FG)$  et  $(AE)$  sont parallèles; comme la droite  $(AG)$  est perpendiculaire à la droite  $(FG)$ , elle est aussi perpendiculaire à la droite  $(ED)$  : le triangle  $AED$  est donc rectangle en  $E$ .
- Dans le triangle  $EAD$  rectangle en  $E$ , d'après le théorème de Pythagore on a :

$$AD^2 = EA^2 + ED^2$$

$$AD^2 = 10,8^2 + 8,1^2$$

$$AD^2 = 116,64 + 65,61$$

$$AD^2 = 182,25$$

Or  $AD$  est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$AD = \sqrt{182,25}$$

$$AD = \underline{13,5 \text{ cm}}$$

- On a donc puisque le point  $F$  appartient au segment  $[AD]$

$$FD = AD - AF = 13,5 - 5 = \underline{8,5 \text{ cm}}$$

**3. Les droites (FG) et (BC) sont-elles parallèles? Justifier.**

- Données : les points G, A, C d'une part, F, A et B d'autre part sont alignés dans cet ordre.

- D'une part :

$$\frac{AG}{AC} = \frac{4}{5} = 0,8$$

- D'autre part :

$$\frac{AF}{AB} = \frac{5}{6,25} = 0,8$$

- Conclusion : il y a égalité des rapports,  $\frac{AG}{AC} = \frac{AF}{AB}$ . Donc d'après la réciproque de la propriété de Thalès on en déduit que les droites (FG) et (BC) sont parallèles.

