Devoir Surveillé n°3 Correction

Troisième

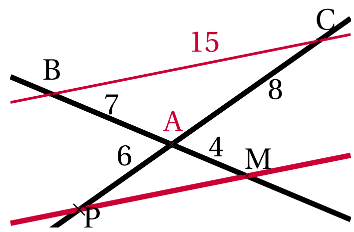
Thalès

Durée 1 heure - Coeff. 4

Noté sur 21 points

Exercice 1. Application directe du cours — 2 points

Dans la figure suivante, les droites (BM) et (PC) sont sécantes en A .
On sait que : $B = 7$ cm ; $AM = 4$ cm ; $AP = 6$ cm ; $AC = 8$ cm. Les droites (BC) et (PM) sont-elles parallèles ?



- **Données.**
  Les points B, A, M et P, A, C sont alignés dans cet ordre sur deux droites sécantes en A.
- **Le test, avec mise au même dénominateur.**

  D'une part :

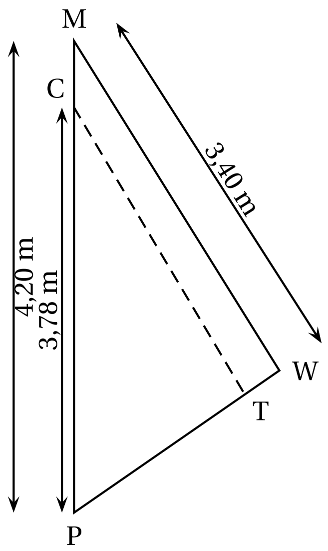
  $$\frac{AM}{AB} = \frac{4}{7} = \frac{16}{28}$$

  D'autre part part :

  $$\frac{AP}{AC} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = \frac{21}{28}$$

- **Conclusion.**
  On n'a donc pas égalité, $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AP}{AC}$. De ce fait, d'après la *contraposée du théorème de Thalès*, Les droites (BC) et (MP) ne sont pas parallèles.

Exercice 2. D'après Brevet Centres étrangers juin 2011 — 6 points



1. On souhaite faire une couture suivant le segment [CT].

1. a. Si (CT) est parallèle à (MW), quelle sera la longueur de cette couture ?

Les points P, C, M et P, T, W sont alignés , et les droites (CT) et (MW) sont parallèles, on peut donc appliquer le théorème de Thalès,

$$\frac{\text{PC}}{\text{PM}} = \frac{\text{CT}}{\text{MW}}$$

ou en remplaçant par les valeurs connues :

$$\frac{3,78}{4,2} = \frac{\text{CT}}{3,4}$$

d'où :

$$\text{CT} = \frac{3,78 \times 3,4}{4,2} = 3,06 \text{ m}$$

1. b. La quantité de fil nécessaire est le double de la longueur de la couture. Est-ce que 7 mètres de fil suffiront ?
$3,06 \times 2 = 6,12 < 7$. Donc 7 m de fil suffiront.

2. Une fois la couture terminée, on mesure : $PT = 1{,}88$ m et $PW = 2{,}30$ m. La couture est-elle parallèle à (MW) ?

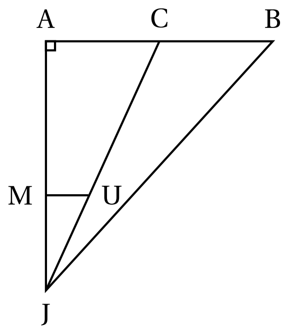
- **Données**.
  Les points P, C, M et P, T, W sont alignés dans cet ordre sur deux droites sécantes en P.
- **Le test .**

D'une part :	D'autre part part :
$\dfrac{PC}{PM} = \dfrac{3{,}78}{4{,}2} = 0{,}9$	$\dfrac{PT}{PW} = \dfrac{1{,}88}{2{,}3} \approx 0{,}8$

- **Conclusion**.
  On n'a donc pas égalité, $\dfrac{PC}{PM} \neq \dfrac{PT}{PW}$. De ce fait, d'après la *contraposée du théorème de Thalès*, Les droites (CT) et (MW) ne sont pas parallèles.

La couture n'a pas été faite parallèle au bord [MW] de la voile.

Exercice 3. Dans un triangle — 6 points



- Le triangle JAB est rectangle en A. Les droites (MU) et (AB) sont parallèles. Les points A, M et J sont alignés. Les points C, U et J sont alignés. Les points A, C et B sont alignés.
- AB = 7,5 m , MU = 3 m,JM = 10 m, JB = 19,5 m.

1. [2 points] Calculer la longueur AJ.
Dans le triangle AJB rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore on a :

$$\begin{aligned}
JB^2 &= AJ^2 + AB^2\\
19{,}5^2 &= AJ^2 + 7{,}5^2\\
AJ^2 &= 19{,}5^2 - 7{,}5^2\\
AJ^2 &= 380{,}25 - 56{,}25\\
AJ^2 &= 324
\end{aligned}$$

Or AJ est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$\begin{aligned}
AJ &= \sqrt{324}\\
AJ &= \underline{18\text{ m}}
\end{aligned}$$

2. [2 points] Montrer que la longueur AC est égale à 5,4 m.
Dans le triangle JAC, les droites (MU) et (AC) sont parallèles, J, M et A sont alignés dans cet ordre, J, U et C sont alignés dans cet ordre : on peut donc appliquer le théorème de Thalès :

$$\frac{\text{JM}}{\text{JA}} = \frac{\text{JU}}{\text{JC}} = \frac{\text{MU}}{\text{AC}}$$

En particulier

$$\frac{\text{JM}}{\text{JA}} = \frac{\text{MU}}{\text{AC}} \iff \frac{10}{18} = \frac{3}{\text{AC}}$$

soit

$$\boxed{AC = \frac{3 \times 18}{10} = 5,4 \text{ cm}}$$

3. [1 point] Calculer l'aire du triangle JCB.

L'aire du triangle JCB est égale à :

$$\mathscr{A}(JCN) = \frac{CB \times AJ}{2}$$

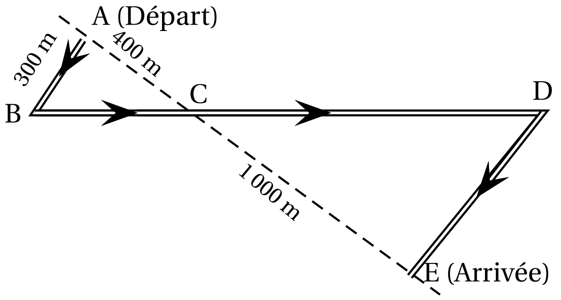
Or puisque le point C appartient au segment [AB] on a : $CB = AB - AC = 7,5 - 5,4 = 2,1$ m.
Donc :

$$\mathscr{A}(JCN) = \frac{2,1 \times 18}{2} = \underline{18,9 \text{ m}^2}$$

Exercice 4. Le parcours (Métropole 2012) — 6 points

Des élèves participent à une course à pied. Avant l'épreuve, un plan leur a été remis.
Il est représenté par la figure ci-contre.
On convient que :

- Les droites (AE) et (BD) se coupent en C.
- Les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
- ABC est un triangle rectangle en A.



Calculer la longueur réelle du parcours ABCDE.

- <u>Longueur BC</u> : **[2 points]**
  Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore on a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$
$$BC^2 = 300^2 + 400^2$$
$$BC^2 = 90000 + 160000$$
$$BC^2 = 250000$$

  Or BC est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$BC = \sqrt{250000}$$
$$BC = \underline{500 \text{ m}}$$

- <u>Longueurs CD et DE</u> : **[3 points]**
  Les droites (AE) et (BD) se coupent en C et les droites (AB) et (DE) sont parallèles. Le théorème de Thalès permet d'écrire :

$$\frac{CB}{CD} = \frac{CA}{CE} = \frac{BA}{DE} \iff \frac{500}{CD} = \frac{400}{1000} = \frac{300}{DE}$$

  – Calculons CD :

$$\frac{500}{CD} = \frac{400}{1000} \iff CD = \frac{1000 \times 500}{400} = \underline{1250 \text{ m}}$$

  – Calculons DE :

$$\frac{400}{1000} = \frac{300}{DE} \iff DE = \frac{1000 \times 300}{400} = \underline{750 \text{ m}}$$

- <u>Longueur $ABCDE$</u> : **[1 point]**

$$\ell(ABCDE) = AB + BC + CD + DE = 300 + 500 + 1250 + 750 = \underline{2800 \text{ m}}$$

Fin du devoir