Devoir Surveillé n°2
Correction

Troisième
Calculs algébriques
Durée 1 heure - Coeff. 4
Noté sur 20 points

L'usage de la calculatrice est autorisé. La maitrise de la langue et la présentation rapporteront 1 point

Exercice 1. Compléter sur cette feuille — 4 points

A compléter sur cette feuille (1,5 point)

Factoriser les expressions suivantes :

- $3x+9=\underline{3(x+3)}$
- $3x^2+x=\underline{x(3x+1)}$
- $6x^2-18x=\underline{6x(x-3)}$

A compléter sur cette feuille (2,5 points)

Développer les expressions suivantes :

- $(1-5x)^2=(1-5x)(1-5x)$
  $=\underline{1-10x+25x^2}$
- $(3x+1)(3x-1)=9x^2-3x+3x-1$
  $=\underline{9x^2-1}$
- $-3x(x-5)=\underline{-3x^2+15x}$
- $(5+2x)(5-2x) = 25-10x+10x-4x^2$
  $=\underline{25-4x^2}$

Exercice 2. Un programme — 5 points

1. Montrer que si on choisit 3 comme nombre de départ, les deux programmes donnent 25 comme résultat.

Programme A

Étape 1	3
Étape 2	$3+2=5$
Étape 3	$5^2=25$
Résultat	25

Programme B

Étape 1	3
Étape 2	$3+4=7$
Étape 3	$7\times 3=21$
Étape 4	$21+4=25$
Résultat	25

2. Avec le programme A, quel nombre faut-il choisir au départ pour que le résultat obtenu soit 0 ?
On va faire tourner le programme A avec x comme nombre de départ et résoudre une équation.

Programme A

Étape 1	x
Étape 2	$x+2$
Étape 3	$(x+2)^2$

Pour obtenir 0, il faut donc que $(x+2)^2=0$ soit :

$$(x+2)^2=0 \iff (x+2)=0 \iff x=-2$$

L'unique solution possible est alors $\boxed{x=-2}$
Remarque : on pouvait aussi faire tourner le programme à l'envers.

3. Blondel prétend que, pour n'importe quel nombre de départ, ces deux programmes donnent le même résultat. A-t-elle raison ?
On va faire tourner le programme B avec x comme nombre de départ.

Programme B

Étape 1	x
Étape 2	$x+4$
Étape 3	$(x+4)\times x$
Étape 4	$(x+4)\times x+4$

On va maintenant développer les deux résultats obtenus pour chacun des programmes :

- **Programme A** : $(x+2)^2 = x^2+4x+4$;
- **Programme B** : $(x+4)\times x+4 = x^2+4x+4$;

Les deux résultats sont bien identiques pour tout nombre x. Blondel a raison.

Exercice 3. Choisir une forme adaptée de $C(x)$ — 5 points

On considère l'expression : $C(x) = (x+1)(2-x)-2(x+1)(2x+3)$.

1. Montrer à l'aide d'un développement que $C(x) = -5x^2-9x-4$.

$$\begin{aligned} C(x) &= (x+1)(2-x)-2(x+1)(2x+3)\\ &= 2x-x^2+2-x-2\left(2x^2+3x+2x+3\right)\\ &= -x^2+x+2-4x^2-6x-4x-6\\ C(x) &= \underline{-5x^2-9x-4} \end{aligned}$$

2. Montrer à l'aide d'une factorisation que $C(x) = (x+1)(-5x-4)$.

$$\begin{aligned} C(x) &= (x+1)\times(2-x)-2\times(x+1)\times(2x+3)\\ &= (x+1)\left[(2-x)-2(2x+3)\right]\\ &= (x+1)\left[2-x-4x-6\right]\\ C(x) &= \underline{(x+1)(-5x-4)} \end{aligned}$$

3. Calculer $C(x)$ en remplaçant x par (-1).
En utilisant la forme factorisée on obtient facilement :

$$C(x) = (x+1)(-5x-4)$$

$$C(-1) = \underbrace{(-1+1)}_{0}\left(-5\times(-1)-4\right)$$

$$\boxed{C(-1)=0}$$

Exercice 4. Tableur — 3 points

Aux États-Unis, la température se mesure en degré Fahrenheit [en °F). En France, elle se mesure en degré Celsius [en °C). Pour faire les conversions d'une unité à l'autre, on a utilisé un tableur.

	A	B
1	Conversions	
2	Température en °C	Température en °F
3	-5	23
4	0	32
5	5	41
6	10	50
7	15	59
8	20	68
9	25	77

1. Quelle température en °F correspond à une température de 20°C ?
La ligne 8 du tableur indique qu'une température de 20°C correspond à une température de 68°F.

2. Quelle température en °C correspond à une température de 41°F ?
La ligne 5 du tableur indique qu'une température de 41°F correspond à une température de 5°C.

3. Pour convertir la température de °C en °F, il faut multiplier la température en °C par 1,8 puis ajouter 32. On a écrit une formule en B3 puis on l'a recopiée. Quelle formule a-t-on pu saisir dans la cellule B3 ?
Dans la cellule B3 on a écrit la formule : $\boxed{=A3*1.8+32}$.

4. Quelle température en °F correspond à une température de 30 °C ?
Pour convertir la température de °C en °F, il faut multiplier la température en °C par 1,8 puis ajouter 32.
Donc 30°C correspond à :

$$30\times 1,8+32 = \underline{86°F}$$

Exercice 5. Pairs et impairs 2 point

Que pensez-vous de l'affirmation suivante de Stanislas ?

Affirmation 1

« La somme d'un nombre pair et d'un nombre multiple de 6 est un nombre pair ».

- Un nombre pair s'écrit sous la forme deux fois un entier naturel, donc $2n$ avec n entier naturel.
- Un nombre multiple de 6 s'écrit sous la forme six fois un entier naturel, donc $6p$ avec p entier naturel.
- La somme d'un nombre pair et d'un nombre multiple de 6 est un nombre pair s'écrit donc sous la forme :

$$2n+6p = 2\times\underbrace{(n+3p)}_{entier}$$

La somme s'écrit bien sous la forme deux fois un entier et est donc paire. L'affirmation est donc vraie.

Fin du devoir

Bonus

Factoriser l'expression :

$$G(x) = 2x-4-3(7-3x)(x-2)$$

Preuve

$$\begin{aligned}
G(x) &= 2x-4-3(7-3x)(x-2)\\
G(x) &= 2(x-2)-3(7-3x)(x-2)\\
&= (x-2)[2-3(7-3x)]\\
&= (x-2)[2-21+9x]\\
G(x) &= \underline{(x-2)(9x-19)}
\end{aligned}$$