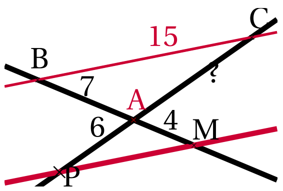
Devoir Surveillé n°3
Correction

Troisième
Thalès
Durée 1 heure - Coeff. 4
Noté sur 20 points

Exercice 1. Application directe du cours — 2 points



- **Données**
  - ❏ Les points A, M, B et A, P, C sont alignés sur deux droites sécantes en A;
  - ❏ Les droites (BC) et (MP) sont parallèles .
- **Le théorème**
  Donc d'après le *théorème de Thalès* on a :

$$\frac{\boxed{A}M}{\boxed{A}B} = \frac{\boxed{A}P}{\boxed{A}C} = \frac{MP}{BC}$$

Puis en remplaçant par les valeurs

$$\frac{4}{7} = \frac{6}{AC} = \frac{MP}{15}$$

- **Calcul de AC :**

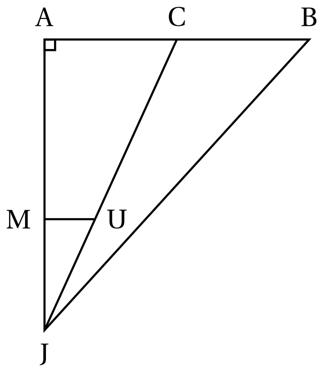
$$\frac{4}{7} = \frac{6}{AC} \underset{\text{par produit en croix}}{\Longrightarrow} AC = \frac{7 \times 6}{4}$$

$$\boxed{AC = \frac{42}{4} = 10,5 \text{ cm}}$$

Exercice 2. Dans un triangle — 6 points

On considère la figure ci-contre qui n'est pas à l'échelle.

- Le triangle JAB est rectangle en A.
- Les droites (MU) et (AB) sont parallèles.
- Les points A, M et J sont alignés.
- Les points C, U et J sont alignés.
- Les points A, C et B sont alignés.
- AB = 7,5 m.
- MU = 3 m.
- JM = 10 m.
- JB = 19,5 m.



1. [2 points] Calculer la longueur AJ.

Dans le triangle AJB rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore on a :

$$\begin{aligned} JB^2 &= AJ^2 + AB^2 \\ 19{,}5^2 &= AJ^2 + 7{,}5^2 \\ AJ^2 &= 19{,}5^2 - 7{,}5^2 \\ AJ^2 &= 380{,}25 - 56{,}25 \\ AJ^2 &= 324 \end{aligned}$$

Or AJ est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$\begin{aligned} AJ &= \sqrt{324} \\ AJ &= \underline{18 \text{ m}} \end{aligned}$$

2. [2 points] Montrer que la longueur AC est égale à 5,4 m.

Dans le triangle JAC, les droites (MU) et (AC) sont parallèles, J, M et A sont alignés dans cet ordre, J, U et C sont alignés dans cet ordre : on peut donc appliquer le théorème de Thalès :

$$\frac{\text{JM}}{\text{JA}} = \frac{\text{JU}}{\text{JC}} = \frac{\text{MU}}{\text{AC}}$$

En particulier

$$\frac{\text{JM}}{\text{JA}} = \frac{\text{MU}}{\text{AC}} \Longleftrightarrow \frac{10}{18} = \frac{3}{\text{AC}}$$

soit

$$\boxed{AC = \frac{3 \times 18}{10} = 5{,}4 \text{ cm}}$$

3. [1 point] Calculer l'aire du triangle JCB.

L'aire du triangle JCB est égale à :

$$\mathscr{A}(JCN) = \frac{CB \times AJ}{2}$$

Or puisque le point C appartient au segment [AB] on a : $CB = AB - AC = 7{,}5 - 5{,}4 = 2{,}1$ m.

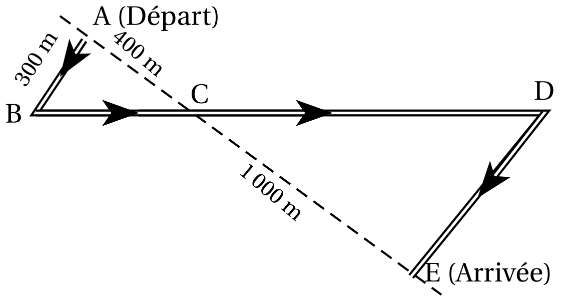
Donc :

$$\mathscr{A}(JCN) = \frac{2{,}1 \times 18}{2} = \underline{18{,}9 \text{ m}^2}$$

Exercice 3. Le parcours (Métropole 2012) 6 points

Des élèves participent à une course à pied. Avant l'épreuve, un plan leur a été remis.
Il est représenté par la figure ci-contre.
On convient que :

- Les droites (AE) et (BD) se coupent en C.
- Les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
- ABC est un triangle rectangle en A.



Calculer la longueur réelle du parcours ABCDE.

- Longueur BC : **[2 points]**
Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore on a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$
$$BC^2 = 300^2 + 400^2$$
$$BC^2 = 90000 + 160000$$
$$BC^2 = 250000$$

Or BC est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$BC = \sqrt{250000}$$
$$BC = \underline{500 \text{ m}}$$

- Longueurs CD et DE : **[3 points]**
Les droites (AE) et (BD) se coupent en C et les droites (AB) et (DE) sont parallèles. Le théorème de Thalès permet d'écrire :

$$\frac{CB}{CD} = \frac{CA}{CE} = \frac{BA}{DE} \Longleftrightarrow \frac{500}{CD} = \frac{400}{1000} = \frac{300}{DE}$$

  - Calculons CD :

$$\frac{500}{CD} = \frac{400}{1000} \Longleftrightarrow CD = \frac{1000 \times 500}{400} = \underline{1250 \text{ m}}$$

  - Calculons DE :

$$\frac{400}{1000} = \frac{300}{DE} \Longleftrightarrow DE = \frac{1000 \times 300}{400} = \underline{750 \text{ m}}$$

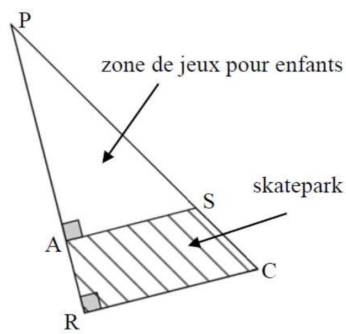
- Longueur $ABCDE$: **[1 point]**

$$\ell(ABCDE) = AB + BC + CD + DE = 300 + 500 + 1250 + 750 = \underline{2800 \text{ m}}$$

Exercice 4. Hauteur d'un cocotier 5 points

La figure PRC ci-contre représente un terrain appartenant à une commune. Les points P, A et R sont alignés. Les points P, S et C sont alignés. Il est prévu d'aménager sur ce terrain : une « zone de jeux pour enfants » sur la partie PAS ; un « skatepark » sur la partie RASC. On connaît les dimensions suivantes :

$$PA = 30 \text{ m} ;\ AR = 10 \text{ m} ;\ AS = 18 \text{ m}.$$



1. **[2 points] La commune souhaite semer du gazon sur la « zone de jeux pour enfants ». Elle décide d' acheter des sacs de 5 kg de mélange de graines pour gazon à 13,90 euros l'unité. Chaque sac permet de couvrir une surface d'environ 140 m^2. Quel budget doit prévoir cette commune pour pouvoir semer du gazon sur la totalité de la « zone de jeux pour enfants » ?**

- La zone pour enfants est le triangle PAS rectangle en A, donc son aire est :

$$\mathscr{A}_{(PAS)} = \frac{AP \times AS}{2} = \frac{30 \times 18}{2} = \underline{270 \text{ m}^2}$$

- Chaque sac permet de couvrir une surface d'environ 140 m^2. Par division euclidienne on obtient :

$$270 = 140 \times 1 + 130$$

  Il convient donc d'acheter <u>deux sacs</u>, qui permettent de couvrir environ 280 m^2.
- Les sacs de 5 kg de mélange de graines pour gazon coûtent 13,90 euros l'unité et il en faut deux. Le budget à prévoir par cette commune pour pouvoir semer du gazon sur la totalité de la « zone de jeux pour enfants » est donc de :

$$\boxed{2 \times 13{,}9 \text{ €} = 27{,}8 \text{ €}}$$

2. **[3 points] Calculer l'aire du « skatepark ».**
L'aire du skatepark peut s'obtenir, soit en effectuant la différence entre l'aire du triangle rectangle PRC avec celle du triangle PAS calculée lors de la question **(1.)**, soit en utilisant la formule de l'aire d'un trapèze. Dans les deux cas, il nous manque RC.

- <u>Calculons RC</u>.
  Les droites (AS) et (RC) sont perpendiculaires à la droite (PR), elles sont donc parallèles entre elles.
  - Données :
    - ❏ Les points P, A, R et P, S, C sont alignés sur deux droites sécantes en P;
    - ❏ Les droites (AS) et (RC) sont <u>parallèles</u> .
  - Donc d'après le *théorème de Thalès* on a :

$$\frac{PA}{PR} = \frac{PS}{PC} = \frac{AS}{RC}$$

  Puis en remplaçant par les valeurs

$$\frac{30}{30+10} = \frac{PS}{PC} = \frac{18}{RC}$$

  On a donc

$$\frac{30}{40} = \frac{18}{RC} \Longleftrightarrow RC = \frac{40 \times 18}{30} = \underline{24 \text{ m}}$$

- <u>Méthode 1</u>.
  On a alors l'aire du triangle rectangle PRC :

$$\mathscr{A}_{(PRC)} = \frac{PR \times PC}{2} = \frac{40 \times 24}{2} = \underline{480 \text{ m}^2}$$

  Et donc l'aire du skatepark est :

$$\boxed{\mathscr{A}_{(ASCR)} = \mathscr{A}_{(PRC)} - \mathscr{A}_{(PAS)} = 480 - 270 = \underline{210 \text{ m}^2}}$$

- <u>Méthode 2</u>.
  Si on connaissait la formule donnant l'aire d'un trapèze rectangle on obtenait alors directement :

$$\mathscr{A}_{(ASCR)} = \text{hauteur} \times \frac{(\text{petite base} + \text{grande})}{2} = AR \times \frac{(AS + RC)}{2} = 10 \times \frac{18 + 24}{2} = \underline{210 \text{ m}^2}$$

Fin du devoir