www.talamidi.com تم تحميل هذا الملف من موقع تلاميذي

Devoir Surveillé n°3A Correction

Troisième

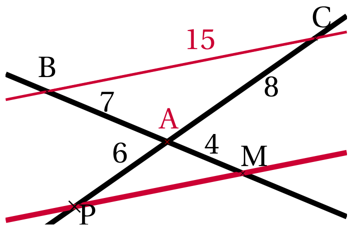
Thalès et homothétie

Durée 1 heure - Coeff. 5

Noté sur 20 points

Exercice 1. Application directe du cours — 3 points

Dans la figure suivante, les droites (BM) et (PC) sont sécantes en A .
On sait que : $B = 7$ cm ; $AM = 4$ cm ; $AP = 6$ cm ; $AC = 8$ cm. Les droites (BC) et (PM) sont-elles parallèles ?



- **Données**.
  Les points B, A, M et P, A, C sont alignés dans cet ordre sur deux droites sécantes en A.

- **Le test, avec mise au même dénominateur**.

  D'une part :

  $$\frac{AM}{AB} = \frac{4}{7} = \frac{16}{28}$$

  D'autre part part :

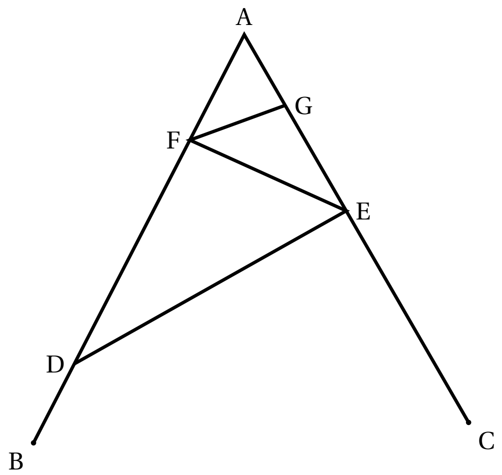
  $$\frac{AP}{AC} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = \frac{21}{28}$$

- **Conclusion**.
  On n'a donc pas égalité, $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AP}{AC}$. De ce fait, d'après la *contraposée du théorème de Thalès*, Les droites (BC) et (MP) ne sont pas parallèles.

Exercice 2. Une construction — 7 points

La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur. On donne les informations suivantes :

- Le triangle ADE a pour dimensions :
  AD = 7 cm, AE = 4,2 cm et DE = 5,6 cm.
- F est le point de [AD] tel que AF = 2,5 cm.
- B est le point de [AD) et C est le point de [AE) tels que : AB = AC = 9 cm.
- La droite (FG) est parallèle à la droite (DE).



1. **Réaliser une figure en vraie grandeur.**

2. **Prouver que ADE est un triangle rectangle en E.**
   Si le triangle ADE est rectangle, c'est forcément en E car AD est le plus grand côté. On a:

D'une part :	et	D'autre part :
$AD^2 = 7^2$		$AE^2 + DE^2 = 4,2^2 + 5,6^2$
$AD^2 = 49$		$AE^2 + DE^2 = 17,64 + 31,36$
		$AE^2 + DE^2 = 49$

www.talamidi.com تم تحميل هذا الملف من موقع تلاميذي

Conclusion : $AD^2 = AE^2+DE^2$, d'après s la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ADE est rectangle en E.

3. Calculer la longueur FG.

- Données
  - ❏ Les points A, F, D et A, G, E sont alignés sur deux droites sécantes en A;
  - ❏ Les droites (FG) et (DE) sont parallèles .
- Le théorème
  Donc d'après le *théorème de Thalès* on a :

$$\frac{AF}{AD} = \frac{AG}{AE} = \frac{FG}{DE}$$

Puis en remplaçant par les valeurs

$$\frac{2,5}{7} = \frac{AG}{4,2} = \frac{FG}{5,6}$$

- Calcul de FG.
  On a donc

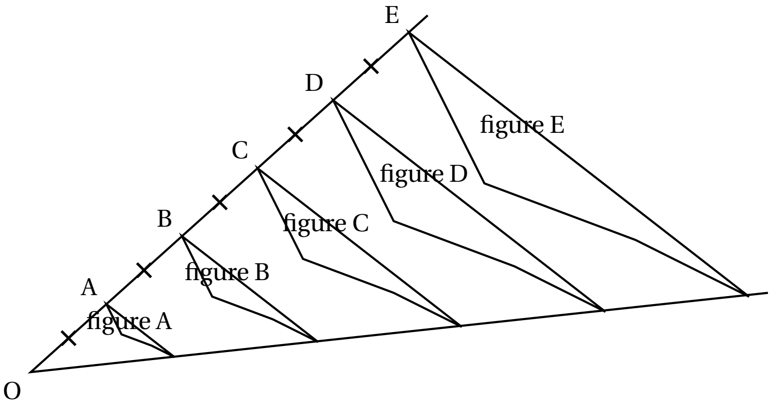
$$\frac{2,5}{7} = \frac{FG}{5,6}$$

Puis

$$FG = \frac{2,5 \times 5,6}{7} = \underline{2 \text{ cm}}$$

Exercice 3. Homothéties 3 points

Avec un logiciel de géométrie dynamique, on a construit la figure A. En appliquant à la figure A des homothéties de centre O et de rapports différents, on a ensuite obtenu les autres figures.



1. Quel est le rapport de l'homothétie de centre O qui permet d'obtenir la figure C à partir de la figure A?
Le rapport de l'homothétie de centre O qui permet d'obtenir la figure C à partir de la figure A est $k = 3$ puisque on a :

$$OC = 3 \times OA \Longrightarrow \boxed{k = \frac{OC}{OA} = 3}$$

2. On applique l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{3}{5}$ à la figure E. Quelle figure obtient-on?

Si on applique l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{3}{5}$ à la figure E, alors le point E se transforme en le point E' tel que :

$$OE' = \frac{3}{5} \times OE = OC$$

Donc la figure E se transforme en la figure C.

www.talamidi.com تم تحميل هذا الملف من موقع تلاميذي

3. **Quelle figure a une aire 4 fois plus grande que la figure A?**

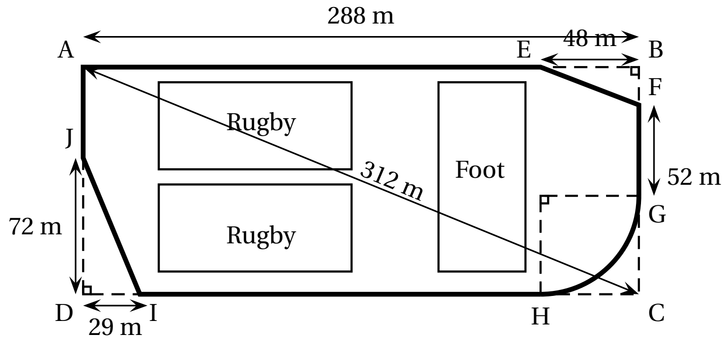
> **Agrandissement/réduction**
>
> Quand on multiplie les distances par un réel strictement positif k, les aires le sont par k^2 et les volumes par k^3.

Donc ici, si une figure a une aire 4 fois plus grande que la figure A, ses dimensions ont été multipliées par $k' = 2$, car ainsi, les aires le sont par $k'^2 = 4$. De ce fait c'est la figure B qui a une aire 4 fois plus grande que la figure A puisque le rapport d'homothétie permettant de passer de la figure A à la figure B est :

$$k' = \frac{OB}{OA} = 2$$

Exercice 4. Une piste cyclable 7 points

La ville BONVIVRE possède une plaine de jeux bordée d'une piste cyclable. La piste cyclable a la forme d'un rectangle ABCD dont on a « enlevé trois des coins ». Le chemin de G à H est un arc de cercle; les chemins de E à F et de I à J sont des segments. Les droites (EF) et (AC) sont parallèles.



Quelle est la longueur de la piste cyclable? Justifier la réponse. La piste cyclable est composée de plusieurs parties dont certaines ont des longueurs déjà connues. Notons L la longueur totale on a :

$$L = AE + EF + FG + 5.0\text{pt}\widehat{\text{GH}} + HI + IF + JA$$

On suppose ici que $EB = HC = 48$ m

- <u>Longueur AE</u> : puisque le point E appartient au segment [AB] on a

$$AE = AB - EB = 288 - 48 = 240 \text{ m}$$

- <u>Calcul de EF</u>.
  Dans le triangle ABC rectangle en B, les droites (EF) et (AC) sont parallèles, les points B, E, A d'une part, B, F, C de l'autre sont alignés; d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{\text{BE}}{\text{BA}} = \frac{\text{EF}}{\text{AC}} \text{ soit } \frac{48}{288} = \frac{\text{EF}}{312}$$

  d'où

$$EF = \frac{48 \times 312}{288} = \underline{52 \text{ m}}$$

- <u>Longueur FG</u> : on a $FG = 52$ m

- <u>Calcul de l'arc $\widehat{GH}$</u>.
  On suppose que $EB = HC = 48$ m. On pourra le redémontrer à la fin.
  L'arc $\widehat{GH}$ est un quart de cercle de rayon 48; sa longueur est donc :

$$\frac{2 \times 48 \times \pi}{4} = \underline{24\pi}$$

- <u>Longueur HI</u> : on a $HI = 288 - 29 - 48 = 211$ m

www.talamidi.com تم تحميل هذا الملف من موقع تلاميذي

- Calcul de IJ .
  Dans le triangle DIJ rectangle en D, d'après le théorème de Pythagore on a :

$$\begin{aligned} IJ^2 &= DI^2 + DJ^2 \\ IJ^2 &= 72^2 + 29^2 \\ IJ^2 &= 5184 + 841 \\ IJ^2 &= 6025 \end{aligned}$$

  Or IJ est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$\begin{aligned} IJ &= \sqrt{6025} \\ IJ &\approx \underline{77{,}621 \text{ m}} \end{aligned}$$

- Longueur AJ :
  - il nous faut calculer AD (ou BC) en appliquant par exemple Pythagore dans le triangle rectangle ADC. Dans le triangle DAC rectangle en D, d'après le théorème de Pythagore on a :

$$\begin{aligned} AC^2 &= DA^2 + DC^2 \\ 312^2 &= DA^2 + 288^2 \\ DA^2 &= 312^2 - 288^2 \\ DA^2 &= 97344 - 82944 \\ DA^2 &= 14400 \end{aligned}$$

    Or DA est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$\begin{aligned} DA &= \sqrt{14400} \\ DA &= \underline{120 \text{ m}} \end{aligned}$$

  - et puisque le point J appartient au segment [AD] on a :

$$AJ = 120 - 72 = 48 \text{ m}$$

- Conclusion : La longueur de la piste cyclable est donc égale à :

$$\begin{aligned} L &= AE + EF + FG + \overset{\frown}{GH} + HI + IF + JA \\ &= 240 + 52 + 52 + 24\pi + 211 + \sqrt{6025} + 48 \\ L &= 603 + 24\pi + \sqrt{6025} \quad \text{(c'est la valeur exacte)} \\ L &\approx \underline{756 \text{ m}} \end{aligned}$$

Fin du devoir