Devoir Surveillé n°4 Correction

Troisième

Bilan 1

Durée 1 heure - Coeff. 4

Noté sur 21 points

Exercice 1. 4 points

1. Donner la notation scientifique du nombre $A = 0,045 \times 10^5$ puis encadrer-le entre deux puissances de 10 consécutives.

$$A = 0,045 \times 10^5 = 4,5 \times 10^{-2} \times 10^5 = \underline{4,5 \times 10^3} \implies \underline{10^3 < A < 10^4}$$

2. Noam prétend que le nombre $B = \dfrac{10^{15}+1}{10^{15}}$ vaut 1. Qu'en pensez-vous ?

$$B = \frac{10^{15}+1}{10^{15}} = \frac{10^{15}}{10^{15}} + \frac{1}{10^{15}} = 1 + 10^{-15} \neq 1$$

Donc Noam a tort.

3. La lumière parcourt environ 3×10^5 km en 1 seconde. Déterminer la distance parcourue par la lumière en une année, en notation scientifique.

$$3 \times 10^5 \text{ km} \times 3600 \times 24 \times 365 \approx \underline{9,5 \times 10^{12} \text{ km}}$$

4. Indiquer en justifiant si chacune des affirmations suivantes est vraie ou fausse.

4. a. <u>Affirmation 1</u> : « Les nombres 11 et 13 n'ont aucun multiple commun. »
C'est faux puisque par exemple $11 \times 13 = 143$ est un multiple commun de 11 et 13.

4. b. <u>Affirmation 2</u> : « Le nombre 231 est un nombre premier. »
C'est faux car 231 est divisible par 3 (la somme de ses chiffres est un multiple de 3) donc il n'est pas premier. On rappelle qu'un nombre premier n'admet que deux diviseurs, 1 et lui-même.

Exercice 2. 5.5 points

Soit E l'expression : $E = (2x+1)(1-3x) - (2x+1)(x+2)$.

1. Développer E.

$$\begin{aligned}
E &= (2x+1)(1-3x) - (2x+1)(x+2)\\
E &= 2x - 6x^2 + 1 - 3x - \left(2x^2 + 4x + x + 2\right)\\
E &= -6x^2 + 1 - x - 2x^2 - 4x - x - 2\\
E &= \underline{-8x^2 - 6x - 1}
\end{aligned}$$

2. Montrer à l'aide d'une factorisation que E peut s'écrire $E = (2x+1)(-4x-1)$.

$$\begin{aligned}
E &= (2x+1)(1-3x) - (2x+1)(x+2)\\
E &= (2x+1) \times \Big[(1-3x) - (x+2)\Big]\\
E &= (2x+1) \times \Big[1 - 3x - x - 2)\Big]\\
E &= \underline{(2x+1)(-4x-1)}
\end{aligned}$$

---

3. Déterminer tous les nombres x tels que $(2x+1)(1-3x)-(2x+1)(x+2)=0$.

On cherche à résoudre l'équation $E=0$, pour cela on va utiliser la forme factorisée de la question **(2.)**.

$$E=0 \iff (2x+1)(-4x-1)$$

C'est une équation produit nul, donc par théorème :

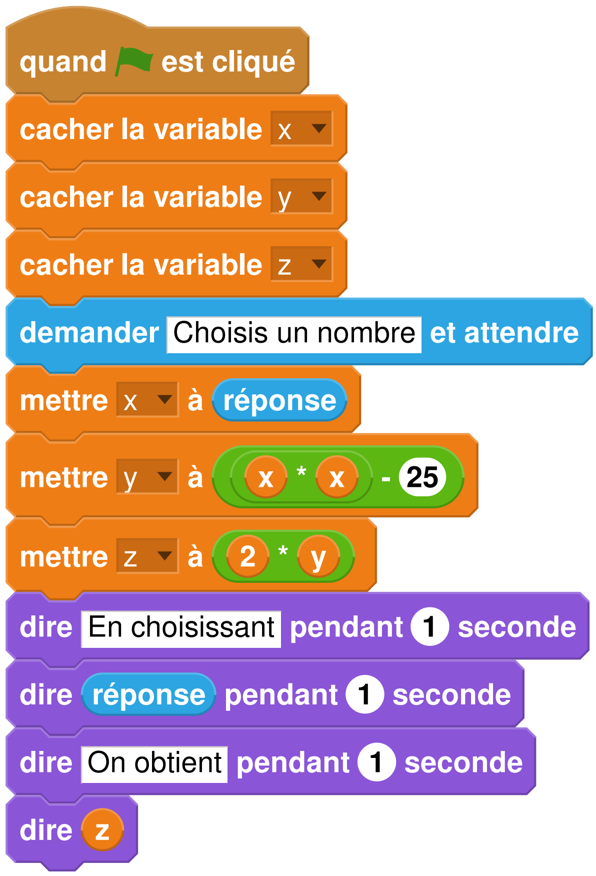
$$E=0 \iff \left(2x+1=0\right) \text{ ou } \left(-4x-1=0\right)$$
$$E=0 \iff \left(x=-\frac{1}{2}\right) \text{ ou } \left(x=-\frac{1}{4}\right)$$

Les solutions de l'équation sont donc : $\boxed{-\frac{1}{2} \text{ et } -\frac{1}{4}}$.

Exercice 3. — 4.5 points

1. Montrer que si on choisit 4 comme nombre de départ, alors le programme renvoie -18.

x	$x=4$
$y=x\times x-25$	$y=4\times 4-25=-9$
$z=2\times y$	$z=2\times(-9)=-18$



2. Que renvoie le programme si on choisit au départ :

2. a. le nombre 5 ?

x	$x=5$
$y=x\times x-25$	$y=5\times 5-25=0$
$z=2\times y$	$z=2\times 0=0$

2. b. le nombre -4 ?

x	$x=-4$
$y=x\times x-25$	$y=(-4)\times(-4)-25=-9$
$z=2\times y$	$z=2\times(-9)=-18$

3. Déterminer les nombres qu'il faut choisir au départ pour que le programme renvoie 0.

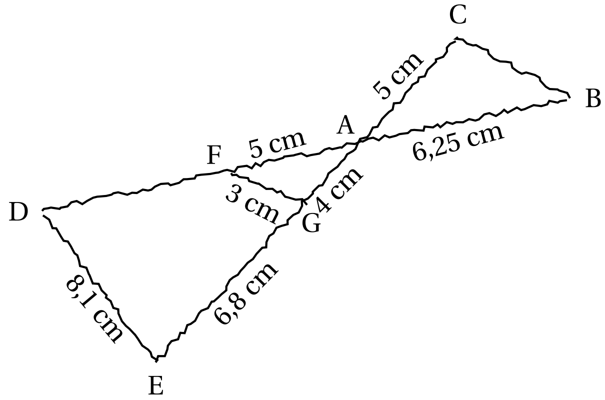
Pour obtenir 0 il faut que $z=0$ et donc que :

$$\begin{aligned} z=0 &\iff 2y=0 \\ &\iff y=0 \\ &\iff x\times x-25=0 \\ &\iff x^2=25 \end{aligned}$$

Il il y a donc deux solutions, 5 et (-5).

Exercice 4. 6 points

Les points D, F, A et B sont alignés, ainsi que les points E, G, A et C. De plus, les droites (DE) et (FG) sont parallèles.



1. Montrer que le triangle AFG est un triangle rectangle.

Si le triangle AFG est rectangle, c'est forcément en G car AF est le plus grand côté. On a:

D'une part :		D'autre part :
$AF^2 = 5^2$	et	$AG^2 + FG^2 = 4^2 + 3^2$
$AF^2 = 25$		$AG^2 + FG^2 = 16 + 9$
		$AG^2 + FG^2 = 25$

Conclusion : $AF^2 = AG^2 + FG^2$, d'après la réciproque du théoè me de Pythagore, le triangle AFG est rectangle en G.

2. Calculer la longueur du segment [AD]. En déduire la longueur du segment [FD].

- Les droites (FG) et (AE) sont parallèles; comme la droite (AG) est perpendiculaire à la droite (FG), elle est aussi perpendiculaire à la droite (ED) : le triangle AED est donc rectangle en E.
- Dans le triangle EAD rectangle en E, d'après le théorème de Pythagore on a :

$$AD^2 = EA^2 + ED^2$$
$$AD^2 = 10{,}8^2 + 8{,}1^2$$
$$AD^2 = 116{,}64 + 65{,}61$$
$$AD^2 = 182{,}25$$

Or AD est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$AD = \sqrt{182{,}25}$$
$$AD = \underline{13{,}5 \text{ cm}}$$

- On a donc puisque le point F appartient au segment [AD]

$$\text{FD} = \text{AD} - \text{AF} = 13,5 - 5 = \underline{8,5 \text{ cm}}$$

3. Les droites (FG) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifier.

- Données : les points G, A, C d'une part, F, A et B d'autre part sont alignés dans cet ordre.

- D'une part :

$$\frac{AG}{AC} = \frac{4}{5} = 0,8$$

D'autre part part :

$$\frac{AF}{AB} = \frac{5}{6,25} = 0,8$$

- Conclusion : il y a égalité des rapports, $\frac{AG}{AC} = \frac{AF}{AB}$. Donc d'après la réciproque de la propriété de Thalès on en déduit que les droites (FG) et (BC) sont parallèles.