

Devoir Surveillé n°5

Correction

Troisième

Trigonométrie

Durée 1 heure - Coeff. 4
Noté sur 20 points

Exercice 1. Application directe du cours

2 points

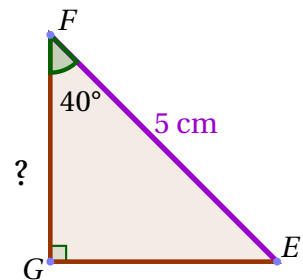
Soit EFG un triangle rectangle en G tel que $EF = 5$ cm et $\widehat{EFG} = 40^\circ$. Calculer une valeur approchée au dixième de FG .

Le triangle EFG est rectangle en G donc :

$$\cos \widehat{EFG} = \frac{FG}{EF} \iff \cos 40^\circ = \frac{FG}{5}$$

Donc

$$FG = 5 \cos 40^\circ \approx 3,8 \text{ cm}$$



Exercice 2. Application directe du cours

2 points

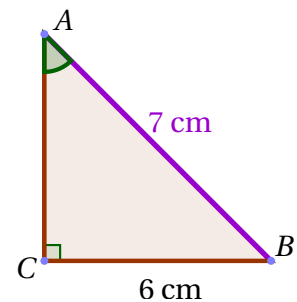
Soit ABC un triangle rectangle en C tel que $AB = 7$ cm et $BC = 6$ cm. Calculer une valeur approchée au dixième de la mesure de l'angle \widehat{CAB} .

Le triangle ABC est rectangle en C donc :

$$\sin \widehat{CAB} = \frac{BC}{AB} \iff \sin \widehat{CAB} = \frac{6}{7}$$

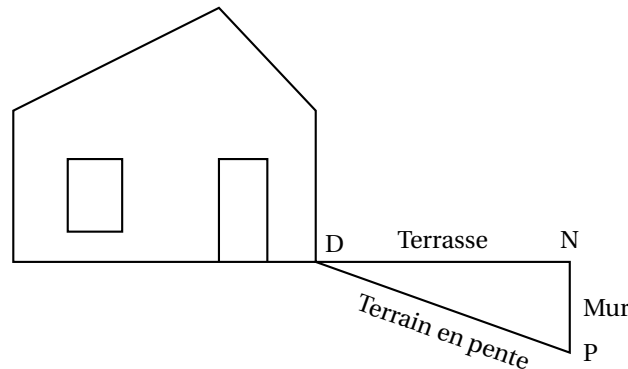
Donc

$$\widehat{CAB} = \arcsin\left(\frac{6}{7}\right) \approx 59^\circ$$



Exercice 3. D'après Brevet**4 points**

Sur le schéma ci-dessous, la terrasse est représentée par le segment [DN] elle est horizontale et mesure 4 mètres de longueur. Elle est construite au-dessus d'un terrain en pente qui est représenté par le segment [DP] de longueur 4,20 m. Pour cela, il a fallu construire un mur vertical représenté par le segment [NP].

**1. Quelle est la hauteur du mur ? Justifier. Donner l'arrondi au cm près.**

D'après l'énoncé, le mur est vertical donc la droite (NP) est perpendiculaire à la droite (DN).
Dans le triangle NPD rectangle en N , d'apr le théorsme de Pythagore on a :

$$\begin{aligned} PD^2 &= NP^2 + ND^2 \\ 4,2^2 &= NP^2 + 4^2 \\ NP^2 &= 4,2^2 - 4^2 \\ NP^2 &= 17,64 - 16 \\ NP^2 &= 1,64 \end{aligned}$$

Or NP est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$\begin{aligned} NP &= \sqrt{1,64} \\ NP &\approx \underline{1,281 \text{ m}} \end{aligned}$$

La hauteur du mur est donc, arrondie au cm près, de 1,68 mètre.

Remarque : pour l'arrondi, on rappelle que $1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$ et donc arrondir une longueur exprimée en mètres à 1 cm près, c'est arrondir au centième de mètre.

2. Calculer l'angle \widehat{NDP} compris entre la terrasse et le terrain en pente. (Donner l'arrondi au degré près)

Le triangle NPD est rectangle en N donc :

$$\cos \widehat{NDP} = \frac{DN}{DP} \Leftrightarrow \cos \widehat{NDP} = \frac{4}{4,2}$$

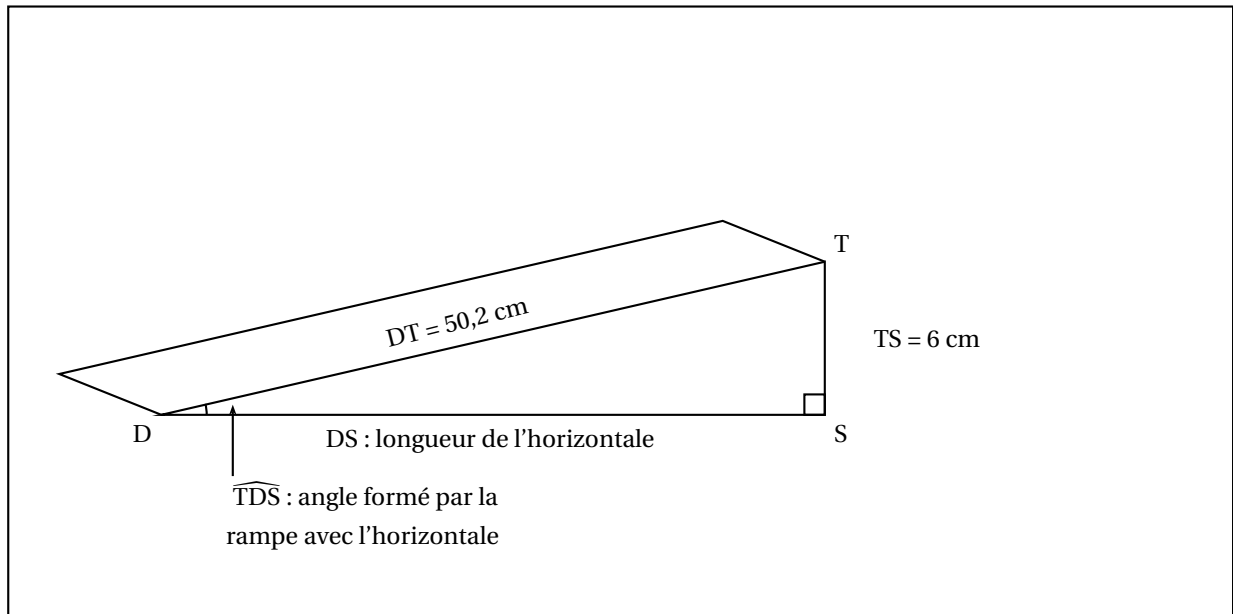
Donc

$$\widehat{NDP} = \arccos\left(\frac{4}{4,2}\right) \approx 18^\circ$$

Exercice 4. D'après Brevet**5 points**

Une boulangerie veut installer une rampe d'accès pour des personnes à mobilité réduite.
Le seuil de la porte est situé à 6 cm du sol.

- **Document 1 : Schéma représentant la rampe d'accès**



- **Document 2 : Extrait de la norme relative aux rampes d'accès pour des personnes à mobilité réduite**

La norme impose que la rampe d'accès forme un angle inférieur à 3° avec l'horizontale sauf dans certains cas. Cas particuliers :

L'angle formé par la rampe avec l'horizontale peut aller :

- jusqu'à 5° si la longueur de l'horizontale est inférieure à 2 m.
- jusqu'à 7° si la longueur de l'horizontale est inférieure à 0,5 m.

Cette rampe est-elle conforme à la norme ?

- **Calcul de la longueur horizontale DS**

Dans le triangle SDT rectangle en S , d'après le théorème de Pythagore on a :

$$DT^2 = SD^2 + ST^2$$

$$50,2^2 = SD^2 + 6^2$$

$$SD^2 = 50,2^2 - 6^2$$

$$SD^2 = 2520,04 - 36$$

$$SD^2 = 2484,04$$

Or SD est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$SD = \sqrt{2484,04}$$

$$SD = \underline{49,84 \text{ cm}}$$

La longueur de l'horizontale est inférieure à 0,5 m (soit 50 cm).

- **Calcul de l'angle**

Le triangle DST est rectangle en S donc :

$$\sin \widehat{TDS} = \frac{TS}{DT} \iff \sin \widehat{TDS} = \frac{6}{50,2}$$

Donc

$$\widehat{BAC} = \arcsin\left(\frac{6}{50,2}\right) \approx 6,9^\circ$$

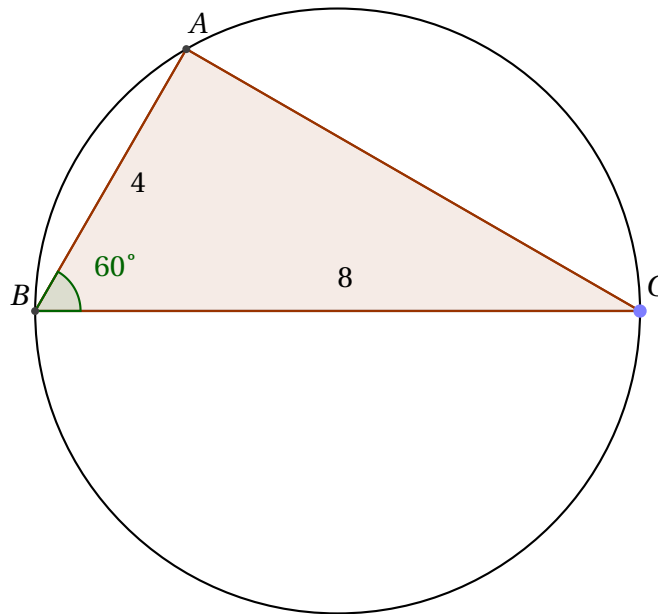
- **Conclusion**

L'angle formé par la rampe avec l'horizontale est inférieur à 7° avec une longueur de l'horizontale est inférieure à 0,5 m. Elle est donc conforme.

Exercice 5. D'après Brevet**6 points**

On considère un cercle de centre O et de diamètre $[BC]$ tel que $BC = 8$ cm. On place sur ce cercle un point A tel que $BA = 4$ cm.

1. Faire une figure en vraie grandeur.



2. **Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A .**

Le point A appartient au cercle de diamètre $[BC]$, en étant distinct des points B et C donc le triangle ABC est rectangle en A .

3. **Calculer la valeur exacte de la longueur AC . Donner la valeur arrondie de AC au millimètre près.**

Dans le triangle ACB rectangle en A , d'apr le théorsme de Pythagore on a :

$$CB^2 = AC^2 + AB^2$$

$$8^2 = AC^2 + 4^2$$

$$AC^2 = 8^2 - 4^2$$

$$AC^2 = 64 - 16$$

$$AC^2 = 48$$

Or AC est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$AC = \sqrt{48}$$

$$AC \approx \underline{6,9 \text{ cm}}$$

Remarque : $1 \text{ mm} = 0,1 \text{ cm}$ donc arrondir au mm près une longueur exprimée en centimètres c'est arrondir au dixième de cm.

4. **Déterminer la mesure de l'angle \widehat{ABC} .**

Le triangle ABC est rectangle en A donc :

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} \iff \cos \widehat{ABC} = \frac{4}{8}$$

Donc

$$\widehat{ABC} = \arccos\left(\frac{4}{8}\right) = 60^\circ$$

5. **[Bonus]** On construit le point E symétrique du point B par rapport au point A . Quelle est la nature du triangle BEC ? Justifier.